

# **Фундаментальные и прикладные задачи механики**

**Международная научная конференция**

**(Москва, 2–5 декабря 2025 года)**

**Сборник тезисов**

## **Fundamental and Applied Problems of Mechanics (FAPM - 2025)**

**International Scientific Conference**

**(Moscow, 2–5 December, 2025)**

**Abstracts Book**



Москва

**ИЗДАТЕЛЬСТВО**  
МГТУ им. Н.Э. Баумана

**2026**

УДК 531  
ББК 22.2+22.1  
Ф94

Издание доступно в электронном виде по адресу  
<https://press.bmstu.ru/catalog/item/8704/>

Ф94 **Фундаментальные и прикладные задачи механики Международная научная конференция** (Москва, 2–5 декабря 2025 года) : сборник тезисов = **Fundamental and Applied Problems of Mechanics (FAPM-2025): International Scientific Conference** (Moscow, 2–5 December, 2025) : Abstracts Book / Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана (национальный исследовательский университет)». — Москва : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2026. — 272, [2] с., ил.

ISBN 978-5-7038-6846-1

В сборник включены материалы докладов, представленные на Международной научной конференции «Фундаментальные и прикладные задачи механики» (Fundamental and applied problems of mechanics — FAPM), проходившей в МГТУ им. Н.Э. Баумана 2–5 декабря 2025 г.

Для научных работников и специалистов в области механики.

УДК 531  
ББК 22.2+22.1

*Издается в авторской редакции.*

ISBN 978-5-7038-6846-1

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2026  
© Оформление. Издательство  
МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2026

**Международные научные конференции «ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ И ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ» (*Fundamental and applied problems of mechanics – FAPM*) с 2012 г. регулярно проводятся в МГТУ им. Н.Э. Баумана на базе Научно-учебного комплекса «Фундаментальные науки» и кафедры «Теоретическая механика» имени профессора Н.Е. Жуковского с участием научных сотрудников из институтов РАН, университетов РФ, известных зарубежных ученых-механиков.**

**Основной целью данной конференции является представление новых результатов исследований по различным направлениям механики, проводимых в российских и зарубежных научных и образовательных учреждениях.**

**Рабочие языки конференции: русский и английский**

*Материалы к докладам публикуются по рекомендации оргкомитета конференции и приводятся в авторской редакции.*

International scientific conferences “Fundamental and applied problems of mechanics (FAPM)”. (ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ И ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ) have been held regularly since 2012 in Bauman Moscow State Technical University on the basis of the Scientific and Educational Complex “Fundamental Sciences” and the Professor N.E. Zhukovsky Department of Theoretical Mechanics with participation of scientists from scientific institutions of RAS, RF universities, famous foreign scientists-mechanics.

The main goal of the conference is to present new results of the research in different areas of mechanics, carried out at the Russian and foreign scientific and educational institutions.

*Working languages of the conference: Russian and English*

*The proceedings of the conference are given in the author's edition.*

---

## ОРГАНИЗАТОРЫ КОНФЕРЕНЦИИ

---

Российский национальный комитет по теоретической и прикладной механике  
Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана  
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова  
Институт проблем механики имени А.Ю. Ишлинского РАН  
Институт прикладной математики имени М.В. Келдыша РАН  
Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского  
Научно-методический совет по теоретической механике при Минобрнауки РФ  
Академия наук авиации и воздухоплавания

---

## ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ

---

**Председатель** — канд. техн. наук *М.В. Гордин*, ректор МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Профессор *В.О. Гладышев* (сопредседатель), МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Профессор *П.М. Шкапов* (сопредседатель), МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Astronom *C. Bizouard* (Co-Chairman), Observatoire de Paris, France

Professor Dr. *Aleksandar Obradović* (Co-Chairman), University of Belgrade, Serbia

Professor *K. Matsumoto*, RISE Project, National Astronomical Observatory of Japan, Japan

Профессор *В.С. Асланов*, Самарский университет, Самара, Россия

Профессор *Б.С. Бардин*, МАИ (НИУ), Москва, Россия

Профессор *В.Д. Бертяев*, ТулГУ, Тула, Россия

Профессор *С.А. Берестова*, УрФУ, Екатеринбург, Россия

Профессор *И.Г. Благовещенский*, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Профессор *Ю.И. Димитриенко*, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Профессор *В.В. Ивашкин*, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

Профессор *В.Т. Калугин*, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Профессор *В.А.Калиниченко*, ИПМех им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия

Профессор *М.Х. Магомедов*, Махачкала, Дагестан, Россия

Профессор *В.И. Майорова*, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Профессор *И.Ю. Савельева*, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Профессор *С.Н. Саяпин*, ИМАШ им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия

Профессор *Н.И. Сидняев*, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Профессор *Ю.П. Улыбышев*, РКК «Энергия», Королёв, Московская обл., Россия

Профессор *В.М. Чуйко*, Президент Академии Наук Авиации и Воздухоплавания, Россия

Профессор *А.О. Шимановский*, БГУТ, Гомель, Республика Беларусь

Канд. ист. наук *Е.А. Ширканова*, главный хранитель дома-усадьбы Н.Е. Жуковского, с. Орехово, Собинского р-на, Владимирской обл., Россия

Ученый секретарь — д-р техн. наук, профессор *А.И. Игнатов*, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

---

## ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ

---

**Председатель** — профессор *А.А. Александров*, президент МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Профессор *В.О. Гладышев* (сопредседатель), МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Профессор *В.Т. Калугин*, (сопредседатель), МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Профессор *П.М. Шкапов* (сопредседатель), МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Professor Dr. *Aleksandar Obradović* (Co-Chairman), University of Belgrade, Serbia

Professor *H. Hanada* (Co-Chairman), director of RISE Project, NAO of Japan, Japan

Astronom *C. Bizouard* (Co-Chairman), Observatoire de Paris, France

Professor *Shuanggen Jin*, Chinese Academy of Sciences, China

Академик РАН *Р.Ф. Ганиев*, ИМАШ им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия

Академик РАН *И.Г. Горячева*, РНКТПИМ, Москва, Россия

Академик РАН *В.Ф. Журавлев*, ИПМех им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия

Академик РАН *В.А. Соловьев*, РКК «Энергия», Королёв, Московская обл., Россия

Академик РАН *С.Т. Суржиков*, ИПМех им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия

Академик РАН *Д.В. Трещев*, МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

Академик РАН *С.Л. Чернышев*, ЦАГИ им. Н.Е. Жуковского, Жуковский, Московская обл., Россия

Чл.-корр. РАН *А.П. Крищенко*, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Профессор *М.М. Благовещенская*, РОСБИОТЕХ, Москва, Россия

Профессор *С.С. Гаврюшин*, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Профессор *Ю.Ф. Голубев*, МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

Профессор *В.С. Зарубин*, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Профессор *В.В. Ивашкин*, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

Профессор *В.А. Самсонов*, МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

Профессор *А.М. Цирлин*, ИПС им. А.К. Айламазяна РАН, г. Переславль-Залесский, Россия

Профессор *Ю.Д. Чашечкин*, ИПМех им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия

Профессор *В.М. Чуйко*, Президент Академии Наук Aviации и Воздухоплавления, Россия

Профессор *В.И. Щербаков*, ВКА им. А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург, Россия

Ученый секретарь — канд. физ.-мат. наук, доцент *Е.В. Мелкумова*, МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

---

## **ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ**

---



УДК 629.78

## **Реализация длительных режимов углового движения космического аппарата с низким уровнем квазистатических микроускорений**

**Игнатов Александр Иванович<sup>(\*)</sup>**

ignatov@bmstu.ru  
SPIN-код: 8017-4452

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Исследованы режимы углового движения космического аппарата, предназначенного для проведения научных исследований в области микрогравитации на околоземной орбите в течение длительных интервалов времени. Рассмотрено два режима: режим орбитальной ориентации, близкой к гравитационно устойчивой, и режим солнечной ориентации космического аппарата. Получены законы управления кинетическим моментом гироскопических органов управления, позволяющие реализовать соответствующие режимы на неограниченном интервале времени. Для каждого из режимов приведены численные оценки уровня квазистатических микроускорений на борту космического аппарата.

**Ключевые слова:** космический аппарат, орбитальная ориентация, солнечная ориентация, квазистатические микроускорения

## Implementation of long-term angular motion modes of a spacecraft with a low level of quasi-static microaccelerations

Ignatov Aleksandr Ivanovich<sup>(\*)</sup>

ignatov@bmstu.ru  
SPIN-code: 8017-4452

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** The modes of angular motion of a spacecraft designed for long-term research in near-Earth orbit under microgravity conditions are investigated. Two modes are considered: a nearly gravitationally stable orbital orientation and a solar orientation mode. Laws for controlling the angular momentum of gyroscopic controls are derived, enabling the implementation of these modes over an unlimited time interval. Numerical estimates of the quasi-static microaccelerations onboard the spacecraft are provided for each mode.

**Keywords:** spacecraft, orbital orientation, solar orientation, quasi-static microaccelerations

**Введение.** Для многих технологических и биологических экспериментов, проводимых на околоземной орбите, ключевую роль играет уровень квазистатических (низкочастотных) микроускорений на борту космического аппарата (КА). Низкий уровень микроускорений на борту КА требуется поддерживать на протяжении длительных интервалов времени (от нескольких дней до нескольких недель), и при этом еще желательно обеспечить приемлемый энергосъем с панелей солнечных батарей, установленных на КА. В связи с этим самыми благоприятными режимами углового движения КА, с точки зрения проведения экспериментов, являются орбитальная и солнечная ориентации [1–3].

**Методы и материалы; результаты.** Управление угловым движением КА осуществляется с помощью гироскопических органов управления (гиросистема) [4], основным недостатком которых при проведении экспериментов на борту КА можно считать необходимость периодического проведения разгрузок накапливаемого кинетического момента, что может ограничивать время невозмущенного движения КА, т. е. фактически ограничивать время проведения экспериментов. В данной работе описывается построение законов управления собственным кинетическим моментами гиросистемы, позволяющих избегать его накопления в рассматриваемых режимах движения на неограниченных интервалах времени [5–7]. Это осуществляется путем малых последовательных движений корпуса КА относительно центра масс, что позволяет за счет действия внешнего гравитационного момента избегать загрузки гиросистемы. Показано, что такие движения корпуса не влияют на общий уровень микроускорений на борту КА ( $\leq 10^{-5}$  м/с<sup>2</sup>), приемлемый для проведения различных экспериментов. Для подтверждения полученных результатов проведено численное моделирование уравнений движения центра масс и относительно центра масс КА с учетом влияния нецентральности гравитационного поля Земли и атмосферы.

**Заключение.** Построены законы управления собственным кинетическим моментом гироскопических органов управления, позволяющие реализовать режимы орбитальной и солнечной ориентаций космического аппарата на неограниченном интервале времени. Получены численные оценки уровня квазистатических микроускорений на борту космического аппарата для каждого из рассмотренных режимов. Проведено численное моделирование уравнений движения КА, подтвердившее полученные результаты.

#### Список источников

- [1] Игнатов А.И. Оценка уровня квазистатических микроускорений на борту космического аппарата в режиме орбитальной ориентации. *Космические исследования*, 2025, т. 63, № 1, с. 99–116. <https://doi.org/10.31857/S0023420625010103>
- [2] Игнатов А.И. Оценка низкочастотных микроускорений на борту искусственного спутника Земли в режиме солнечной ориентации. *Космические исследования*, 2022, т. 60, № 1, с. 43–56. <https://doi.org/10.31857/S0023420622010046>
- [3] Игнатов А.И., Сазонов В.В. Оценка остаточных микроускорений на борту ИСЗ в режиме одноосной солнечной ориентации. *Космические исследования*, 2013, т. 51, № 5, с. 380–388. <https://doi.org/10.31857/S0023420613050051>
- [4] Игнатов А.И., Сазонов В.В. Реализация режимов вращательного движения ИСЗ с малым уровнем микроускорений электромеханическими исполнительными органами. *Космические исследования*, 2012, т. 50, № 5, с. 380–393.
- [5] Игнатов А.И. Стабилизация режима солнечной ориентации искусственного спутника Земли без накопления кинетического момента гиросистемы. *Известия Российской академии наук. Теория и системы управления*, 2020, № 3, с. 164–167. <https://doi.org/10.31857/S0002338820030063>
- [6] Игнатов А.И., Иванов Г.А., Коломиец Е.С., Мартыненко Е.В. Реализация режима солнечной ориентации космического аппарата. *Космические исследования*, 2023, т. 61, № 2, с. 143–156. <https://doi.org/10.31857/S0023420622700017>
- [7] Игнатов А.И., Сазонов В.В. Реализация режима орбитальной ориентации искусственного спутника Земли без накопления кинетического момента гиросистемы. *Известия Российской академии наук. Теория и системы управления*, 2020, № 1, с. 129–142. <https://doi.org/10.31857/S0002338819060064>

УДК 531.38

## Применение метода оптимального раскачивания к выведению инсектоморфного робота из положения «навзничь»

Голубев Юрий Филиппович<sup>1,2</sup>golubev@keldysh.ru  
SPIN-код: 1837-4908Корянов Виктор Владимирович<sup>1</sup>korianov@keldysh.ru  
SPIN-код: 1034-9397Мелкумова Елена Вадимовна<sup>2(\*)</sup>elena.melkumova@math.msu.ru  
SPIN-код: 1966-8032<sup>1</sup> ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия<sup>2</sup> МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

**Аннотация.** Для решения задачи спасения инсектоморфного робота из аварийного положения «навзничь» применен оригинальный метод поиска оптимального управления амплитудой колебаний вблизи положения равновесия для склерономной механической системы с дефицитом управления по одной колебательной степени свободы. Управление осуществляется путем изменения положения специально подобранной группы ног относительно корпуса робота. Эффективность разработанного алгоритма управления подтверждается результатами компьютерного моделирования полной динамики робота.

**Ключевые слова:** механическая система, колебания, амплитуда, управление, оптимизация, трение

## Application of the optimal swing method to the removal of an insectomorphic robot from the supine position

Golubev Yuri Filippovich<sup>1,2</sup>golubev@keldysh.ru  
SPIN-code: 1837-4908Koryanov Viktor Vladimirovich<sup>1</sup>korianov@keldysh.ru  
SPIN-code: 1034-9397Melkumova Elena Vadimovna<sup>2(\*)</sup>elena.melkumova@math.msu.ru  
SPIN-code: 1966-8032<sup>1</sup> Keldysh Institute of Applied Mathematics of the RAS, Moscow, Russia<sup>2</sup> Lomonosov MSU, Moscow, Russia

**Abstract.** To solve the problem of rescuing an insectomorphic robot from an emergency “up-sidedown” position, an original method was used to find optimal control of the oscillation amplitude in the vicinity of the equilibrium position for a scleronomic mechanical system with an underactuated one oscillatory degree of freedom. The control is realized by changing relative to the body of the robot the position of a specially selected group of legs. The effectiveness of the developed control algorithm is confirmed by the results of computer simulation of the full dynamics of the robot.

**Keywords:** mechanical system, oscillations, amplitude, control, optimization, friction

**Введение.** Для шагающего робота, имеющего жесткий корпус с прикрепленными к нему ногами, аварийная позиция «навзничь» на горизонтальной плоскости может оказаться трудно преодолимой из-за невозможности найти подходящую опору для ног [1].

**Метод оптимального раскачивания колебаний.** В работе [2] была исследована задача о спасении робота из указанного аварийного положения с помощью согласованного колебательного движения группы ног, находящихся с одной его стороны. При этом колебательное движение ног было кусочно-линейным, содержащим линейные переходные участки между постоянными минимальным и максимальным допустимыми значениями углов между ногами и корпусом. Указанное колебательное движение ног не было оптимальным, но приводило к вынужденным колебаниям корпуса с нарастающей амплитудой, что в конечном итоге обеспечивало переворот корпуса робота в правильное рабочее положение.

**Заключение.** В отличие от принципа максимума Л.С.Понтрягина примененные условия оптимальности не содержат сопряженных переменных. Это облегчает использование указанных условий для рассмотренного класса задач. Они эффективны как для задач раскачивания, так и для задач успокоения колебаний. Решение получается в виде синтеза управления по фазовым координатам. Наличие трения не влияет на правило выбора оптимального управления. Трение влияет лишь на результат применения этого правила в каждом конкретном случае.

#### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Голубев Ю.Ф., Корянов В.В., Мелкумова Е.В. Применение метода оптимального раскачивания к спасению шестиногого робота из аварийного положения на спине. *Актуальные проблемы механики памяти Д.А. Индейцева. 51 школа-конференция: сб. тез.* Санкт-Петербург, ООО «Издательство ВММ», 2024, 299 с.
- [2] Голубев Ю.Ф., Корянов В.В., Мелкумова Е.В. Выход шагающего робота из аварийной ситуации на спине. *Вестник Московского университета. Серия 1. Математика, механика*, 2025, № 3, с. 52–59. <https://doi.org/10.55959/MSU0579-9368-1-66-3-8>



---

## **СЕКЦИОННЫЕ ДОКЛАДЫ**

---



УДК 531.53

## Анализ движения колебательных систем с двумя и четырьмя степенями свободы

Одинцов Лев Денисович<sup>(\*)</sup>

odintsovd@student.bmstu.ru

Игнатов Александр Иванович

ignatov@bmstu.ru

SPIN-код: 8017-4452

Дьяченко Мария Ильинична

s\_masyanya@mail.ru

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Исследовано поведение свободных колебательных систем с двумя и четырьмя степенями свободы, допускающих как малые колебания, так и нелинейные колебания (только система с двумя степенями свободы), анализ движения которых основан на исследовании аналитических выражений полученных с помощью уравнений Лагранжа второго рода. Представлены результаты численного моделирования уравнений движения указанных систем в MATLAB Simulink.

**Ключевые слова:** свободные малые колебания, нелинейные колебания, уравнения Лагранжа второго рода

## Analysis of the motion of oscillatory systems with two and four degrees of freedom

Odintsov Lev Denisovich<sup>(\*)</sup>

odintsovd@student.bmstu.ru

Ignatov Aleksandr Ivanovich

ignatov@bmstu.ru

SPIN-code: 8017-4452

Dyachenko Mariya Ilyinichna

s\_masyanya@mail.ru

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** This paper examines the behavior of free oscillatory systems with 2 and 4 degrees of freedom, allowing for both small oscillations and nonlinear oscillations (only for systems with 2 degrees of freedom). Their motion analysis is based on the study of analytical expressions obtained using Lagrange's equations of the second kind. Results from numerical simulation of the equations of motion for these systems in MatLab Simulink are presented.

**Keywords:** free small oscillations, nonlinear oscillations, Lagrange equations of the second kind

УДК 66.017

## **Автоматизированный анализ распределения диаметров и неравномерности расположения волокон в композитах с непрерывным армированием по СЭМ - снимкам поперечных сечений**

Наконечный Егор Ильич<sup>1</sup>

egornakonecnyj7972@gmail.com

Хохлов Андрей Владимирович<sup>2</sup>Галышев Сергей Николаевич<sup>3</sup>Атанов Булат Ильшатovich<sup>3</sup>Орлов Валерий Иванович<sup>3</sup><sup>1</sup> МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия<sup>2</sup> НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия<sup>3</sup> ИФТТ им. Ю.А. Осипьяна РАН, Черноголовка, Россия

**Аннотация.** Разработаны методика и алгоритмы для обработки данных сканирующей электронной микроскопии (СЭМ) поверхностей разрушения композитов с параллельным армированием. Разработанный программный комплекс (ПК) обеспечивает сбор полной статистики по распределению волокон по диаметрам и площадям в поперечном сечении образца, выявление кластеров и количественную оценку плотности распределения волокон по сечению (вариаций их объемной доли) и характеристик его неравномерности. Отработка и верификация ПК проводилась на нескольких сериях СЭМ-снимков шлифов поперечных сечений углеалюминиевой проволоки с матрицей из технически чистого алюминия или сплава Al-0.5Вi, непрерывно армированной углеродными волокнами. Проволока изготовлена в ИФТТ РАН, ее диаметр — 300 мкм, объемная доля волокон менялась от 40 до 60 %. Разработанный ПК полезен как инструмент для технического контроля качества в процессе производства композитных материалов и позволяет получить ценную информацию для понимания строения и моделирования поведения однонаправленных композитов.

**Ключевые слова:** однонаправленные композиты, углеалюминиевые композиты, СЭМ, распределение диаметров волокон, неравномерность распределения волокон по сечению

## Automated analysis of diameter distribution and uneven fiber distribution in continuously reinforced composites based on SEM images of cross sections

Nakonechnyi Egor Ilyich<sup>1</sup>

egornakonecnyj7972@gmail.com

Khokhlov Andrey Vladimirovich<sup>2</sup>

Galyshev Sergey Nikolaevich<sup>3</sup>

Atanov Bulat Ilshatovich<sup>3</sup>

Orlov Valery Ivanovich<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Lomonosov MSU, Moscow, Russia

<sup>2</sup> Institute of Mechanics of the Lomonosov MSU, Moscow, Russia

<sup>3</sup> ISSP RAS, Chernogolovka, Russia

**Abstract.** Methods and algorithms have been developed for processing scanning electron microscopy (SEM) data of parallel-reinforced composite fracture surfaces. The developed software package (SP) provides complete statistics on the distribution of fibers by diameter and area in the cross section of the sample, identification of clusters, and quantitative assessment of the density of fiber distribution across the cross section (variations in their volume fraction) and characteristics of its unevenness. The software package was tested and verified on several series of SEM images of cross sections of carbon-aluminum wire with a matrix of pure aluminum or Al-0.5Bi alloy, continuously reinforced with carbon fibers. The wire was manufactured at the Osipyan Institute of Solid State Physics RAS, its diameter is 300  $\mu\text{m}$ , and the volume fraction of fibers varied from <sup>40</sup> to 60 %. The developed software is useful as a tool for technical quality control in the production of composite materials and provides valuable information for understanding the structure and modeling the behavior of unidirectional composites.

**Keywords:** unidirectional composites, carbon-aluminum composites, SEM, fiber diameter distribution, uneven fiber distribution across the cross-section

УДК 621.865.8

## Адаптивный робот параллельной структуры для эксплуатации в межтрубном пространстве

Саяпин Сергей Николаевич<sup>1,2</sup>

sayapin-baum@bmstu.ru

SPIN-код: 9748-4640

<sup>1</sup> ИМАШ РАН, Москва, Россия<sup>2</sup> МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

**Аннотация.** Рассмотрены проблемы роботизации процесса мониторинга и очистки труднодоступных участков межтрубного пространства в теплообменниках «труба в трубе» между погружным глубинным скважинным насосом и обсадной колонной, а также между защитной оболочкой и смонтированным вантом при строительстве вантовых мостов. Представлена новая концепция универсального адаптивного робота параллельной структуры, способного эксплуатироваться в широком диапазоне величин зазоров межтрубного пространства. Показаны преимущества представленного робота по сравнению с известными системами.

**Ключевые слова:** мобильные роботы параллельной структуры, внутритрувные роботы, теплообменники «труба в трубе», межтрубное пространство

## Adaptive robot with parallel structure for use in the inter - tube space

Sayapin Sergey Nikolaevich<sup>1,2</sup>

sayapin-baum@bmstu.ru

SPIN-code: 1234-5678

<sup>1</sup> IMASH RAS, Moscow, Russia<sup>2</sup> Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

**Abstract.** The problems of robotization of the process of monitoring and cleaning of hard-to-reach sections of the inter-tube space in pipe-within-pipe heat exchangers, between a submersible downhole pump and a casing string, as well as between a protective shell and a mounted cable-stayed bridge during the construction of cable-stayed bridges are considered. A new concept of a universal adaptive robot with a parallel structure is presented, capable of operating in a wide range of inter-tube space gaps. The advantages of the presented robot in comparison with the known systems are shown.

**Keywords:** mobile robots of parallel structure, inter-tube robots, pipe-in-pipe heat exchangers, inter-tube space

**Введение.** В настоящее время известно большое количество инженерно-технических объектов, содержащих труднодоступное межтрубное пространство, требующее мониторинга и очистки. Примерами межтрубного пространства являются такие объекты как теплообменники «труба в трубе» [1], погружные глубинные скважинные насосы [2], пространство между внешней защитной оболочкой и вантом [3] и др. Из-за протяженности межтрубного

пространства процессы их очистки и мониторинга являются сложными и трудоемкими операциями, требующими автоматизации и роботизации. Однако, несмотря на большое количество известных внутритрубных роботов, не все из них пригодны для проведения мониторинга и манипуляционных операций в межтрубном пространстве [4]. При этом мобильные роботы, пригодные для эксплуатации в межтрубном пространстве не пригодны при малых межтрубных зазорах. Представлена новая концепция универсального адаптивного робота параллельной структуры (АРПС), способного эксплуатироваться в широком диапазоне величин зазоров межтрубного пространства.

**Методы и материалы; результаты.** АРПС выполнен в виде активной пространственной двенадцатистержневой параллельной структуры, устанавливаемой в межтрубном пространстве. В исходном положении структура АРПС представляет собой каркас кругового прямого цилиндра с фронтальным и тыльным основаниями (ФО и ТО), образованный из 12 дугообразных приводов криволинейного перемещения (ДПКП) с одинаковыми длинами хорд и равными расстояниям между смежными вершинами. При этом ФО и ТО образованы ДПКП по три в каждом, а боковая поверхность — шестью ДПКП, дуги которых выполнены в виде гелис правого и левого хода с шагом, равным 4,5 от длины хорды, длина которых ограничена величиной 1/6 от шага. Причем в силу симметрии ДПКП с гелисами правого и левого хода взаимозаменяемы. Каждый из ДПКП снабжен осевыми датчиками силы и датчиками относительных перемещений и скорости. Концы ДПКП с помощью сферических или эквивалентных им шарниров соединены с вершинами АРПС по четыре в каждой. В каждой из вершин установлен совмещенный датчик пространственного положения и ускорений. Вершины ФО и ТО снабжены радиальными упорами для передачи распорных и сжимающих усилий. Выходы датчиков и входы ДПКП электрически связаны с системой управления. Управление АРПС осуществляется автономно или дистанционно. Энергопитание АРПС может быть как внешним, так и внутренним от аккумуляторных батарей [5].

**Заключение.** В результате проведенных исследований следует отметить следующее:

- роботизация процесса мониторинга и очистки длинномерного межтрубного пространства является актуальной проблемой;
- приведен аналитический обзор известных технических решений, направленных на роботизацию данного процесса;
- представлена новая концепция АРПС, защищенная патентом РФ на изобретение, способного эксплуатироваться в широком диапазоне величин зазоров межтрубного пространства независимо от пространственной ориентации труб.

**Список источников**

- [1] Чернобыльский И.И. *Машины и аппараты химических производств*. Москва, Машиностроение, 1975, 454 с.
- [2] Корженевский А.Г., Дубровский В.С., Наумов В.Г. Исследования горизонтальной скважины через межтрубное пространство. *Нефтяное хозяйство*, 2003, № 8, с. 65–67.
- [3] Gimsing N.J., Georgakis C.T. *Cable supported bridges: Concept and design*. John Wiley & Sons, Ltd. Chichester, United Kingdom, 2012, 599 p.
- [4] Jang H., Kim T.Y., Lee Y.C. A Review: Technological Trends and Development Direction of Pipeline Robot Systems. *J. of Intelligent & Robotic Systems*, 2022, vol. 105, art. no. 59.
- [5] Саяпин С.Н. *Адаптивный мобильный пространственный робот-манипулятор перемещения в межтрубном пространстве*. Патент № 2786065 РФ, 2022, бюл. № 35, 13 с.

УДК 531.781.2

## Анализ влияния геометрических характеристик тензочувствительных элементов на выходной сигнал датчика давления с упругой мембраной

Рябов Никита Валерьевич<sup>(\*)</sup>

ryabovnv@internet.ru

Скворцов Павел Аркадьевич

*Московский политехнический университет, Москва, Россия*

**Аннотация.** Работа посвящена исследованию влияния размеров и расположения тензодатчиков на показания выходного сигнала датчиков давления с упругими мембранами. Целью работы является оптимизация конструкции на основе результатов численного моделирования в среде Ansys. Результаты позволяют рекомендовать оптимальное размещение и выбор габаритов тензодатчика для минимизации погрешности измерений. Работа имеет прикладное значение для проектирования высокоточных приборов контроля давления.

**Ключевые слова:** тензодатчик, мембрана, датчик давления, численное моделирование, метод конечных элементов, деформация, оптимизация

## Analysis of the influence of geometric characteristics of strain - gauge elements on the output signal of a pressure sensor with an elastic membrane

Ryabov Nikita Valerievich<sup>(\*)</sup>

ryabovnv@internet.ru

Skvortsov Pavel Arkadieievich

*Moscow Polytechnic University, Moscow, Russia*

**Abstract.** This paper examines the influence of strain gauge size and placement on the output signal of pressure sensors with elastic diaphragms. The aim of the paper is to optimize the design based on numerical simulation results in the Ansys environment. The results allow us to recommend optimal placement and selection of strain gauge dimensions to minimize measurement error. This paper has practical implications for the design of high-precision pressure monitoring instruments.

**Keywords:** strain gauge, membrane, pressure sensor, numerical simulation, finite element method, deformation, optimization

### Список источников

- [1] Ваганов В. И. *Интегральные тензопреобразователи*. Москва, Энергоатомиздат, 1983, 136 с.
- [2] Иванов О.М., Семенов К.П. Основы теории и практика выбора конструкции датчиков давления с эластичными мембранами. *Измерительная техника*, 2023, № 3.

УДК 536.2

## **Анализ математической модели теплопроводности с пространственной и временной нелокальностью при импульсном нагреве**

**Кутузов Иван Владимирович**

kutuzovi@bmstu.ru

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Экспериментальные результаты, полученные при изучении процесса теплопереноса в микро- и наномасштабных устройствах и структурах, в значительной степени отклоняются от теоретических, которые получены с использованием классических моделей теплопроводности. При описании распределения тепловой энергии гипотеза Био — Фурье не учитывает влияние конечной окрестности рассматриваемой точки и эффекта запаздывания на изменение теплового потока и температуры, которые возникают в микро- и наномасштабе. Такое поведение называют нелокальными эффектами. В связи с этим возникает задача по созданию и исследованию макроскопических математических моделей, учитывающих нелокальность на микроуровне. Была получена математическая модель, которая учитывает пространственную и временную нелокальности. В качестве материала для исследования выбран свинец, который широко используют в сверхпроводящих наноструктурах, возобновляемой энергетике (микроэлементы в солнечных панелях) и микроэлектронике. Получены результаты для конкретных значений времен релаксации теплового потока и градиента температуры, пространственная нелокальность исследована путем варьирования соответствующих параметров.

**Ключевые слова:** температура, нелокальность, математическая модель, микро- и наномасштаб, DPL

## Analysis of a mathematical model of thermal conductivity with spatial and temporal nonlocality under pulsed heating

Kutuzov Ivan Vladimirovich

kutuzovi@bmstu.ru

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

**Abstract.** Experimental results on heat transfer in micro- and nanoscale devices and structures significantly deviate from theoretical predictions based on classical heat conduction models. When describing thermal energy distribution, the Biot—Fourier hypothesis fails to account for the influence of the finite neighborhood of a point and the retardation effect on changes in heat flux and temperature, which arise at the micro- and nanoscale. This behavior is referred to as nonlocal effects. This creates the challenge of developing and investigating macroscopic mathematical models that consider microlevel nonlocality. This work presents a mathematical model that incorporates both spatial and temporal nonlocality. Lead was chosen as the material of study due to its widespread use in superconducting nanostructures, renewable energy (microelements in solar panels), and microelectronics. Results were obtained for specific values of the heat flux and temperature gradient relaxation times, while spatial nonlocality was investigated by varying the corresponding parameters.

**Keywords:** temperature, nonlocality, mathematical model, micro- and nanoscale, dual-phase-lag (DPL)

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Tzou D.Y. The generalized lagging response in small-scale and high-rate heating. *International journal of heat and mass transfer*, 1995, vol. 38, pp. 3231–3240.
- [2] Vermeersch B., Shakouri A. *Nonlocality in microscale heat conduction*. URL: <https://arxiv.org/abs/1412.6555> (accessed 16.06.2025).
- [3] Савельева И.Ю. Вариационная формулировка математической модели процесса стационарной теплопроводности с учетом пространственной нелокальности. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2022, № 2(101), с. 68–86.
- [4] Sobolev S.L. Nonlocal two-temperature model: Application to heat transport in metals irradiated by ultrashort laser pulses. *International journal of heat and mass transfer*, 2016, vol. 94, pp. 138–144.
- [5] Tzou D.Y. *Macro- to microscale heat transfer: the lagging behavior*. John Wiley & Sons, Ltd., 2015, 552 p.

УДК 624.04

## **Аналитические по малому параметру решения слабо нелинейной спектральной задачи для продольно сжатого стержня**

Маслов Дмитрий Александрович<sup>(\*)</sup>

dm\_93@live.ru

*НИУ «МЭИ», Москва, Россия*

**Аннотация.** Рассмотрен один класс слабо нелинейных спектральных задач теории возмущений, который включает в себя задачи на собственные значения, возникающие при расчетах критического усилия продольного сжатия стержня. Задача рассматривается в виде уравнения в банаховом пространстве, где нелинейность задана полилинейным оператором. Собственные значения и собственные формы ищутся в виде рядов по степеням малого параметра. Доказано существование аналитического по малому параметру решения слабо нелинейной спектральной задачи. Приведен пример построения приближения для собственного значения.

**Ключевые слова:** нелинейная спектральная задача, упругий стержень

## Analytical on small parameter solutions of a weakly nonlinear spectral problem for compressed rod

Maslov Dmitry Alexandrovich<sup>(\*)</sup>

dm\_93@live.ru

National Research University Moscow Power Engineering Institute, Moscow, Russia

**Abstract.** This paper considers a class of weakly nonlinear spectral problems in perturbation theory, including eigenvalue problems arising in calculating the critical longitudinal compressive force of a rod. The problem is treated as an equation in a Banach space, where the nonlinearity is defined by a multilinear operator. The eigenvalues and eigenforms are sought as power series in a small parameter. The existence of an analytic solution in the small parameter for the weakly nonlinear spectral problem is proven. An example of constructing an approximation for the eigenvalue is given.

**Keywords:** nonlinear spectral problem, elastic rod

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Ерофеев В.И., Кажаяв В.В., Семерикова Н.П. *Волны в стержнях. Дисперсия. Диссипация. Нелинейность*. Москва, ФИЗМАТЛИТ, 2002.
- [2] Пешхоев И.М., Соболев Б.В., Левченков А.М. О ветвлении равновесий сжатого упругого стержня на нелинейно упругом основании. *Проблемы прочности и пластичности*, 2023, т. 85, № 4, с. 461–469.
- [3] Bassey J., Ete A., Joy C., Osuji A. Dynamic buckling of a clamped finite column resting on a non-linear elastic foundation. *Asian research journal of mathematics*, 2019, vol. 14, no. 4, pp. 1–47.
- [4] Крейн С.Г. *Линейные дифференциальные уравнения в банаховом пространстве*. Москва, Наука, 1967.
- [5] Треногин В.А. *Функциональный анализ*. Москва, Наука, 1976.
- [6] Качалов В.И., Маслов Д.А. Об аналитических решениях задач нелинейной теории возмущений. *Сибирские электронные математические известия*, 2025, т. 22, № 1, с. 457–464.

УДК 517.925.52

## Аналитическое построение периодических решений нелинейных систем

Буданов Владимир Михайлович

vlbudanov@gmail.com

SPIN-код: 7918-2798

*НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

**Аннотация.** Обоснован аналитический метод построения периодических решений для нелинейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений полиномиального типа. Периодические решения строятся в виде рядов Фурье, коэффициенты которых являются полиномами, зависящими от параметра. В качестве примеров рассмотрены уравнение Ван дер Поля и система Лоренца. Выяснено, что часто употребляемая ссылка на А. Пуанкаре относительно расходимости формальных рядов в общем случае некорректна. Расходимость имеет место в частных случаях и частных задачах.

**Ключевые слова:** периодическое решение, нелинейная система, последовательные приближения

## Analytical construction of periodic solutions of nonlinear systems

Budanov Vladimir Mikhailovich

vlbudanov@gmail.com

SPIN-code: 7918-2798

*Institute of Mechanics of the Lomonosov MSU, Moscow, Russia*

**Abstract.** An analytical method for constructing periodic solutions for nonlinear systems of ordinary differential equations of polynomial type is substantiated. Periodic solutions are constructed in the form of Fourier series, the coefficients of which are polynomials depending on the parameter. The Van der Pol equation and the Lorentz system are considered as examples. It was found out that the widely mentioned reference to A. Poincare on the divergence of the formal series is generally incorrect. Divergence occurs in particular cases and for particular problems.

**Keywords:** periodic solution, nonlinear system, successive approximations

### Список источников

- [1] Буданов В.М. Метод построения периодических решений нелинейных дифференциальных уравнений. *Дифференциальные уравнения*, 2024, № 5, с. 590–603.
- [2] Пуанкаре А. *Избранные труды в трех томах*. Москва, Наука, 1972, 999 с.

УДК 517.938

## Бифуркации в трехмерной системе Ланфорда

Канатников Анатолий Николаевич

skipper@bmstu.ru

SPIN-код: 6328-0621

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Рассмотрена трехмерная система Ланфорда, ранее предложенная как одна из моделей процессов турбулентности. Для этой системы, имеющей один параметр, проведен анализ бифуркаций. Выявлены транскритическая бифуркация, связанная со слиянием положений равновесия, а также бифуркация Андронова — Хопфа, приводящая к возникновению цикла. Этот цикл в некоторый момент теряет устойчивость вследствие бифуркации, аналогичной бифуркации Андронова — Хопфа. При этом возникает инвариантный тор. Показано, что этот тор возникает в момент бифуркации. Все расчеты проведены аналитически. Полученные результаты иллюстрируются путем моделирования бифуркационных процессов.

**Ключевые слова:** динамическая система, система Ланфорда, положение равновесия, бифуркация, устойчивость

## Bifurcations in the three-dimensional Lanford system

Kanatnikov Anatoly Nikolaevich

skipper@bmstu.ru

SPIN-code: 6328-0621

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** The 3D Lanford system, previously proposed as one of the models of turbulence processes, is considered. A bifurcation analysis was performed for this one-parameter system. A transcritical bifurcation, associated with the merging of equilibrium positions, and an Andronov-Hopf bifurcation leading to the emergence of a cycle were identified. This cycle at some moment loses stability due to a bifurcation similar to the Andronov-Hopf bifurcation. This creates an invariant torus. It is shown that this torus arises at the moment of bifurcation. All calculations are performed analytically. The obtained results are illustrated by modeling bifurcation processes.

**Keywords:** dynamical system, Lanford system, equilibrium point, bifurcation, stability

УДК 520.607

## Быстрые алгоритмы и особенности их реализации на CPU и GPU в вихревых методах моделирования плоских течений

Колганова Александра Олеговна

kolganova.ao@mail.ru

SPIN-код: 7015-2370

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Прямая реализация операций вихревых методов моделирования плоских течений имеет квадратичную сложность, что ограничивает их применение для реальных задач, требующих использования большого количества вихревых частиц. Для повышения эффективности вихревых методов был предложен приближенный гибридный быстрый алгоритм ВН/multipole расчета вихревого влияния с квазилинейной сложностью, значительно сокращающий временные затраты. Для достижения максимального ускорения и обеспечения гибкости вычислений расчеты адаптированы для выполнения как на CPU, так и на GPU. Однако из-за различий архитектур алгоритмы требуют специальной адаптации для каждой из них с целью достижения оптимальной производительности. В данной работе подробно рассматриваются особенности реализации этого алгоритма на CPU и GPU для основных операций расчета.

**Ключевые слова:** вихревые методы, быстрые алгоритмы, CPU, GPU

## Fast algorithms and their implementation on CPU and GPU in vortex methods for plane flow modeling

Kolganova Alexandra Olegovna

kolganova.ao@mail.ru

SPIN-code: 7015-2370

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** A direct implementation of operations in vortex particle methods for simulating two-dimensional flows has quadratic numerical complexity, which significantly limits their applicability to actual problems where high resolution is required. To improve the efficiency of vortex particle methods, an approximate hybrid BH/multipole fast algorithm for calculating vortex influence with quasi-linear complexity was proposed. It allows for dramatical reducing computational complexity of the whole algorithm. The fast algorithm has also been adapted for computations on both CPUs and GPUs architectures. However, due to inherent architectural differences between these platforms, specific adaptations are required to optimize performance on each. This talk presents a detailed analysis of the implementation features of the algorithm for both CPU and GPU for the main operations of the vortex particle algorithm.

**Keywords:** vortex methods, fast algorithms, CPU, GPU

УДК 629.76

## **Вклад профессора Т.М. Мелкумова в редактирование и публикацию работ В.П. Ветчинкина и Ф.А. Цандера в серии «Пионеры ракетной техники»**

**Ветчинкин Дмитрий Николаевич**<sup>1</sup>

**Мелкумова Елена Вадимовна**<sup>2(\*)</sup>

elena.melkumova@math.msu.ru

**Поляхова Елена Николаевна**<sup>3</sup>

**Шкапов Павел Михайлович**<sup>1</sup>

<sup>1</sup> МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

<sup>2</sup> МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

<sup>3</sup> СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

**Аннотация.** Открытие мемориальной доски Тиграну Меликсетовичу Мелкумову (1902–1974, начальник ЦИАМ с 1947 по 1951 гг.) состоялось в Центральном институте авиационного моторостроения имени П.И. Баранова (ЦИАМ, входит в НИЦ «Институт им. Н.Е. Жуковского») 15 марта 2021 г., в день 119-ой годовщины со дня рождения ученого.

**Ключевые слова:** прикладная аэро-гидродинамика, воздушный гребной винт, прочность, реактивное движение, оптимальные траектории

## **Professor T.M. Melkumov's contribution to the editing and publication of the works of V.P. Vetchinkin and F.A. Tsander in the series *Pioneers of Rocket Technology***

**Vetchinkin Dmitry Nikolaevich**<sup>1</sup>

**Melkumova Elena Vadimovna**<sup>2(\*)</sup>

elena.melkumova@math.msu.ru

**Polyakhova Elena Nikolaevna**<sup>3</sup>

**Shkapov Pavel Mikhailovich**<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

<sup>2</sup> Lomonosov MSU, Moscow, Russia

<sup>3</sup> St. Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

**Abstract.** The unveiling of a memorial plaque to Tigran Meliksetovich Melkumov (1902–1974, head of TsIAM from 1947 to 1951) took place at the P.I. Baranov Central Institute of Aviation Motors (TsIAM, part of the N.E. Zhukovsky Institute) on March 15, 2021, the 119th anniversary of the scientist's birth.

**Keywords:** applied aero-hydrodynamics, air rowing screw, strength, jet propulsion, optimal trajectories

УДК 511.32

**В.В. Голубев — ученый, организатор, педагог****Чиненова Вера Николаевна**

v.chinenova@yandex.ru

*МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

**Аннотация.** Владимир Васильевич Голубев (1884–1954) — выдающийся математик, механик, педагог, первый декан механико-математического факультета, член-корреспондент АН СССР, профессор, проработавший в Московском университете более тридцати лет, сподвижник С.А. Чаплыгина. Некоторые из его работ были чисто теоретическими, другие имели прикладной характер, наконец, многие получили интересную инженерную разработку и практическое применение. Ему принадлежат оригинальные исследования по теории комплексного переменного, значительные результаты были получены им в аэродинамике. В.В. Голубев был замечательным организатором, он долгие годы заведовал кафедрой аэромеханики, дважды избирался деканом мехмата МГУ, возглавлял Научно-исследовательский институт механики МГУ, был начальником кафедры высшей математики Военно-воздушной инженерной академии им. Н.Е. Жуковского, инженером-исследователем ЦАГИ. Лекции Владимира Васильевича пользовались огромным успехом у слушателей. Он не жалел времени на совершенствование методик преподавания и учебных планов.

**Ключевые слова:** В.В. Голубев, аэродинамика, ТФКП, Московский университет, ЦАГИ

**V.V. Golubev — scientist, organizer, teacher****Chinenova Vera Nikolaevna**

v.chinenova@yandex.ru

*Lomonosov MSU, Moscow, Russia*

**Abstract.** Vladimir Vasilyevich Golubev (1884–1954) — an outstanding mathematician, mechanic, teacher, first dean of the Faculty of Mechanics and Mathematics, corresponding member of the USSR Academy of Sciences, professor who worked at Moscow University for more than thirty years, associate of S.A. Chaplygin. Some of his works were purely theoretical, others were of an applied nature, and finally, many received interesting engineering development and practical application. V.V. Golubev carried out original research on the theory of complex variables; he obtained significant results in aerodynamics. V.V. Golubev was a remarkable organizer; for many years he headed the department of aeromechanics, was twice elected dean of the Faculty of Mechanics and Mathematics, headed the Research Institute of Mechanics of Moscow State University, and was the head of the department of higher mathematics at the Air Force Engineering Academy. N. E. Zhukovsky, research engineer at TSAGI. Vladimir Vasilyevich's lectures were a huge success among listeners. He spared no time in improving teaching methods and curricula.

**Keywords:** V.V. Golubev, aerodynamics, TFKP, Moscow University, TsAGI

УДК 539.3

## Вероятностное многомасштабное моделирование долговечности материалов при многоцикловом нерегулярном нагружении

Завойчинская Элеонора Борисовна

elen@velesgroup.com

Лавриков Георгий Евгеньевич<sup>(\*)</sup>

george.lavrikov@yandex.ru

*МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

**Аннотация.** Экспериментальное определение кривых усталости на разных масштабных уровнях сопряжено с большими финансовыми и трудовыми затратами, а охватить многообразие режимов эксплуатационного нагружения невозможно. Вследствие этого для формирования синтетических данных при использовании технологий искусственного интеллекта как для обучения, так и для тестирования необходимо применять математическое моделирование развития процессов разрушения и кривых усталости. В работе рассмотрены вопросы вероятностного многомасштабного моделирования хрупкого разрушения конструкционных материалов как иерархического стохастического процесса на микро-, мезо- и макроструктурных уровнях при многоцикловом нерегулярном нагружении. Предложены определяющие соотношения для вероятности хрупкого разрушения с использованием интегрального оператора Гильберта — Шмидта и построены кривые многоциклового усталости по уровням дефектности. Обсуждаются результаты расчетов для алюминиевого сплава 2024-T42 и стали S25C при симметричном нагружении, состоящем из двух и трех блоков. Для алюминиевого сплава показано соответствие между кривыми усталости по уровням дефектности и линиями уровня микротвердости.

**Ключевые слова:** хрупкое разрушение, многоцикловая усталость, кривые усталости по уровням дефектности, нерегулярное нагружение

## Probabilistic multiscale modelling of material durability at high cycle irregular loading

Zavoychinskaya Eleonora Borisovna

elen@velesgroup.com

Lavrikov Georgii Evgenievich<sup>(\*)</sup>

george.lavrikov@yandex.ru

*Lomonosov MSU, Moscow, Russia*

**Abstract.** Experimental determination of fatigue curves at different scale levels is associated with significant financial and labor costs, and it is impossible to cover a variety of operational loading modes. Consequently, mathematical modeling of the development of fracture processes and fatigue curves is necessary to generate synthetic data using artificial intelligence technologies for both training and testing. This paper considers the issues of probabilistic multiscale modeling of brittle fracture of structural materials as a hierarchical stochastic process at the micro-, meso-, and macrostructural levels under high-cycle irregular loading. Constitutive relations for the probability of brittle fracture using the Hilbert — Schmidt integral operator are proposed, and high-cycle fatigue curves are constructed for defect levels. The calculation results for aluminum alloy 2024-T42 and steel S25C under symmetric loading consisting of two and three blocks are discussed. For an aluminum alloy, a correspondence is shown between the fatigue curves for defect levels and the microhardness level lines.

**Keywords:** brittle failure, high cycle fatigue, fatigue curve by defect levels, irregular loading

### Список источников

- [1] Завойчинская Э.Б., Раутиан Н.А., Лавриков Г.Е. Математическое моделирование масштабно-структурного разрушения при программных циклических нагружениях металлов и сплавов. *Дифференциальные уравнения*, 2025, т. 61, № 5, с. 640–658.
- [2] Pavlou D.G. A phenomenological fatigue damage accumulation rule based on hardness increasing, for the 2024-T42 aluminum. *Engineering Structures*, 2002, vol. 24, no. 11, pp. 1363–1368.
- [3] Kawada Y., Sekido Y., Sasaki S. Some experiments on the fatigue life under double and triple stresses. *Bulletin of the JSME*, 1960, vol. 3, no. 10, pp. 275–281.

УДК 621.7

## **Взаимодействие трубы, помещенной в оправку, и вставки с учетом сложных поверхностных свойств тел**

**Казаков Кирилл Евгеньевич**

kazakov-ke@yandex.ru

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия*

**Аннотация.** Вязкоупругая стареющая труба с внутренним покрытием, которое имеет переменный диаметр и/или сложные свойства, без натяга помещена в жесткую оправку. Внутри такой трубы вставляется жесткая вставка, которая может иметь переменный внешний диаметр. Труба деформируется и в ней возникают напряжения. В работе построены аналитические решения, позволяющие эффективно находить контактные давления даже в случае, когда профили и свойства описываются быстро изменяющимися свойствами, что довольно затруднительно при использовании стандартных подходов, не учитывающих специфики входящих в уравнения функций.

**Ключевые слова:** контакт, интегральное уравнение, покрытие

*Исследование выполнено по теме государственного задания  
(номер госрегистрации 124012500437-9).*

## **Interaction of a tube placed in a mandrel and an insert taking into account the complex surface properties of bodies**

**Kazakov Kirill Evgenievich**

kazakov-ke@yandex.ru

*Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russia*

**Abstract.** A viscoelastic aging pipe with an internal lining of variable diameter and/or complex properties is placed without tension in a rigid mandrel. A rigid insert, which may have a variable external diameter, is inserted into the pipe. The pipe deforms, causing stresses to develop. This paper develops analytical solutions that enable the efficient determination of contact pressures even when the profiles and properties are described by rapidly changing properties, which is quite difficult using standard approaches that do not take into account the specifics of the functions included in the equations.

**Keywords:** contact, integral equation, coating

*The present work was supported by the Ministry of Science and Higher Education  
within the framework of the Russian State Assignment  
under contract No. 124012500437-9.*

УДК 533.679.4

## **Влияние интенсивности начальной закрутки на расширение потока влажного воздуха в сверхзвуковом сопле при наличии спонтанной конденсации**

**Здитовец Андрей Геннадьевич<sup>(\*)</sup>**

zditovets@mail.ru

**Киселёв Николай Александрович****Виноградов Юрий Алексеевич***НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

**Аннотация.** Расширение влажного воздуха в сверхзвуковых соплах сопровождается спонтанной конденсацией паров воды из-за резкого снижения температуры потока. Однако в пограничном слое из-за вязкой диссипации температура потока близка к начальной и, следовательно, в пристенной области водяной пар остается в перегретом состоянии и не конденсируется. Если капли конденсата проникают в эту область, они испаряются и охлаждают ее. Как результат температура стенки должна значительно снижаться вплоть до локальной статической температуры потока. В работе [1] экспериментально показано, что в области за скачком конденсации температура стенки сопла может быть как больше, так и меньше величины характерной для однофазного течения при идентичных начальных параметрах потока, что, вероятно, связано с ограниченной скоростью проникновения капель конденсата в пограничный слой, определяемой турбулентной диффузией. Один из способов интенсифицировать этот процесс — это придать потоку начальную закрутку [2]. В настоящей работе приведены результаты экспериментального исследования влияния интенсивности начальной закрутки на температуру стенки при расширении влажного воздуха до сверхзвуковой скорости.

**Ключевые слова:** спонтанная конденсация, адиабатная температура стенки

*Исследование выполнено в рамках государственного задания  
МГУ имени М.В. Ломоносова.*

## Effect of swirl intensity on humid air expansion with spontaneous condensation in a supersonic nozzle

Zditovets Andrey Gennadievich<sup>(\*)</sup>

zditovets@mail.ru

Kiselev Nikolay Alexandrovich

Vinogradov Yury Alekseevich

*Institute of Mechanics of the Lomonosov MSU, Moscow, Russia*

**Abstract.** The expansion of humid air in supersonic nozzles is accompanied by spontaneous condensation of water vapour due to the sharp drop in flow temperature. In the boundary layer, however, viscous dissipation maintains the gas temperature close to its initial value, so the vapour remains superheated and does not condense near the wall. If condensate droplets penetrate this region, they evaporate and cool it, and the wall temperature may decrease down to the local static temperature. Experiments in [1] showed that, downstream of the condensation front, the wall temperature may be either higher or lower than in single-phase flow with identical inlet conditions. This behaviour is presumably linked to the limited rate of droplet penetration into the boundary layer governed by turbulent diffusion. One way to intensify this process is to impart initial swirl to the flow [2]. The present work reports an experimental study of how the intensity of inlet swirl affects the wall temperature during the supersonic expansion of humid air.

**Keywords:** spontaneous condensation, adiabatic wall temperature

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Zditovets A.G., Kiselev N., Vinogradov Y.A., Popovich S. Adiabatic wall temperature in the supersonic flow of moist air with spontaneous condensation. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 2024, no. 2023(150), art. no. 111057. <https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2023.111057>
- [2] The effect of the initial swirl of the supersonic flow of humid air on the adiabatic wall temperature. *Journal of Physics Conference Series*, 2021, vol. 2088(1), art. no. 012056. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2088/1/012056>

*The study was conducted under the state assignment  
of Lomonosov Moscow University.*

УДК 531.32

## Влияние формы лопатки вращающегося диска на динамику движущейся по нему материальной точки

Борисов Сергей Вячеславович<sup>1</sup>Гришакин Виталий Тарасович<sup>1,2(\*)</sup>

grichacin@yandex.ru

<sup>1</sup> МАДИ, Москва, Россия<sup>2</sup> Филиал «Стрела» МАИ, Москва, Россия

**Аннотация.** Рассмотрено движение частицы по дисковому разбрасывателю с лопатками прямой и спиральной формы при различном характере соударения. Исследованы дальность полета частиц и действующий на диск момент сопротивления вращению. Проведены численные эксперименты.

**Ключевые слова:** дисковый разбрасыватель, удар, трение

## The effect of the shape of a rotating disc's blade on the dynamics of a material point moving along it

Borisov Sergey Vyacheslavovich<sup>1</sup>Grishakin Vitaly Tarasovich<sup>1,2(\*)</sup>

grichacin@yandex.ru

<sup>1</sup> Moscow Automobile and Road Construction State Technical University, Moscow, Russia<sup>2</sup> Strela Branch of Moscow Aviation Institute, Moscow, Russia

**Abstract.** Particle motion through a disc spreader with straight and spiral blades under different impact conditions is considered. The particle flight range and the torque acting on the disc are investigated. Numerical experiments are also conducted.

**Keywords:** disk-type spreader, impact, friction

### Список источников

- [1] Borisov S.V., Grishakin V.T. Dynamics of a particle striking against a rotating disk containing guides. *Russian Journal of Nonlinear Dynamics*, 2025, vol. 21, no. 2, pp. 119–133. <https://doi.org/10.20537/nd241102>

УДК 621.9

## **Внесение поправок в станки с ЧПУ с целью повышения точности изготовления**

**Киселева Ангелина Ивановна**

**Барбашов Николай Николаевич**

justgelik@mail.ru

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Рассмотрены актуальные проблемы повышения точности обработки изделий на станках с ЧПУ и снижения металлоемкости. В качестве решения предложено применение математико-статистических методов управления качеством, в частности, методов статистического регулирования и адаптивного управления по скользящей средней, которые позволяют осуществлять текущий контроль и своевременно вносить корректировки в технологический процесс. Исследование демонстрирует эффективность предложенной методики, основанной на последовательном анализе и использовании критериев стабилизации, для сокращения числа измерений без потери точности. Особое внимание уделено практической реализации с использованием современных приборов активного контроля (ПАК) и индикаторов контакта, интегрированных в систему ЧПУ. Доказано, что метод адаптивного управления не ухудшает технологический процесс и обеспечивает повышение точности, а также предложены конкретные решения для управления точностью контурного фрезерования на этапе разработки управляющих программ.

**Ключевые слова:** точность обработки, станки с ЧПУ, адаптивное управление, управляющая программа, статистическое регулирование

## Modifications to CNC machines to improve manufacturing accuracy

Kiseleva Angelina Ivanovna

Barbashov Nikolay Nikolaevich

justgelik@mail.ru

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** This article examines current challenges in improving the accuracy of CNC machining and reducing metal consumption. Mathematical and statistical methods of quality management, specifically statistical control and adaptive moving average control, are proposed as a solution. These methods enable ongoing monitoring and timely adjustments to the process. The study demonstrates the effectiveness of the proposed methodology, based on sequential analysis and the use of stabilization criteria, for reducing the number of measurements without sacrificing accuracy. Particular attention is paid to practical implementation using modern active control devices (ACD) and contact indicators integrated into the CNC system. It is demonstrated that the adaptive control method does not degrade the process and ensures increased accuracy. Specific solutions for managing the accuracy of contour milling during the NC program development stage are proposed.

**Keywords:** machining accuracy, CNC machines, adaptive control, control program, statistical regulation

### Список источников

- [1] Barbashov N.N., Terent'yeva A.D. Active control of parts processing accuracy. *Inzhenernyy vestnik MGTU im. N.E. Bauman*, 2015, no. 9, pp. 526–531.
- [2] Мещихин И.А., Гаврюшин С.С., Знайко Г.Г. Расчетное обоснование требований по точности к средству измерений на основе цепей Маркова. *Приборы*, 2021, № 10, с. 49–54. EDN: ISFGPN

УДК 532.59

## **Волновые возмущения от локализованных источников на границе ледяного покрова и морской среды: точные решения, асимптотики дальних полей**

**Булатов Виталий Васильевич**

intrenalwave@mail.ru

*Институт проблем механики им. А.Ю.Ишлинского РАН, Москва, Россия*

**Аннотация.** Рассмотрены задачи о дальних волновых полях на границе льда и морской среды, генерируемых локализованными источниками возмущений под ледяным покровом. Предположено, что ледяной покров является сплошным, его горизонтальные масштабы существенно превышают длины возбуждаемых волн, и при достаточно общих условиях моделируется тонкой упругой пластиной, деформации которой малы. В линейном приближении получены интегральные представления решений, и с помощью метода стационарной фазы построены асимптотические представления решений для различных режимов волновой генерации. Результаты численных расчетов для реальных значений морской среды показывают, что асимптотика стационарной фазы достаточно хорошо описывает волновое поле малых возмущений границы раздела льда и морской среды на расстояниях порядка десятка метров и нескольких десятков секунд. Построенные асимптотические выражения для волновых полей позволяют с достаточной степенью точности исследовать амплитудно-фазовую структуру поверхностных возмущений ледяного покрова вдали от источников возмущений. Исследована пространственная и временная эволюции волновых пакетов малых возмущений ледяного покрова, распространяющихся от локализованных источников возмущений различной физической природы.

**Ключевые слова:** ледяной покров, возвышение поверхности раздела, асимптотики, дальние волновые поля, локализованный источник возмущений

*Работа выполнена в рамках государственного задания №FFGN-2024-0005.*

## Wave disturbances from localized sources at the ice-sea interface: exact solutions, far-field asymptotics

Bulatov Vitaly Vasilievich

intrenalwave@mail.ru

*Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russia*

**Abstract.** Problems of far-field wave fields generated by localized disturbance sources beneath the ice cover at the ice-sea interface are considered. It is assumed that the ice cover is continuous, its horizontal scales significantly exceed the wavelengths of the excited waves, and, under fairly general conditions, is modeled by a thin elastic plate with small deformations. Integral representations of the solutions are obtained in the linear approximation, and asymptotic representations of the solutions for various wave generation regimes are constructed using the stationary phase method. The results of numerical calculations for real values of the marine environment show that the asymptotics of the stationary phase adequately describes the wave field of small disturbances of the ice-sea interface at distances of the order of tens of meters and several tens of seconds. The constructed asymptotic expressions for the wave fields make it possible to accurately study the amplitude-phase structure of surface disturbances of the ice cover far from the disturbance sources. The spatial and temporal evolution of wave packets of small disturbances of the ice cover, propagating from localized sources of disturbances of various physical nature, was investigated.

**Keywords:** ice cover, interface elevation, asymptotics, far wave fields, localized disturbance source

*The work was carried out within the framework of state assignment  
No. FFGN-2024-0005.*

УДК 517.9

## Восстановление параметров неустойчивых по Якоби нелинейных динамических систем

Шкапов Павел Михайлович<sup>1</sup>Сулимов Валерий Дмитриевич<sup>1(\*)</sup>

fn3svd24@mail.ru

Сулимов Андрей Валерьевич<sup>2</sup><sup>1</sup> МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия<sup>2</sup> Филиал МГУ имени М.В. Ломоносова, Севастополь, Россия

**Аннотация.** Рассмотрены задачи анализа устойчивости по Якоби нелинейных динамических систем с возможным хаотическим поведением. Реализован подход на основе геометрического описания эволюции динамической системы во времени. Для модели Лоренца представлены в явном виде компоненты тензора кривизны отклонения и собственные значения тензора. Приведена оценка устойчивости по Якоби точки равновесия для стандартных значений параметров модели. Аналогичное исследование выполнено для нелинейного двойного маятника и определена граница перехода системы от регулярного движения к детерминированному хаосу. Представлены результаты анализа устойчивости по Якоби точки равновесия двойного осциллятора при заданном воздействии. Сформулирована обратная задача на собственные значения тензора кривизны отклонения динамической системы. При численном решении обратной задачи используются методы глобальной оптимизации. Приведены результаты решения обратных задач восстановления параметров исследуемых неустойчивых по Якоби нелинейных динамических систем.

**Ключевые слова:** геометрический инвариант, устойчивость по Якоби, детерминированный хаос, обратная задача, глобальная оптимизация, гибридный алгоритм

**Введение.** Применение теории Косамби — Картана — Черна позволяет ввести геометрическое описание эволюции динамической системы во времени и определить геометрические инварианты системы. Собственные значения второго инварианта — тензора кривизны отклонения — дают оценку устойчивости системы по Якоби [1]. Указанные собственные значения несут также информацию, существенную для установления меры нечувствительности системы к изменению ее параметров и параметров окружающей среды. Возможна постановка задачи восстановления параметров системы по заданным собственным значениям тензора кривизны отклонения. Подход актуален применительно к нелинейным динамическим системам в связи с проблемой определения условий возникновения в них детерминированного хаоса [2–4].

**Методы и материалы; результаты.** Результаты анализа устойчивости по Якоби модели Лоренца, полученные с использованием теории Косамби — Картана — Черна, представлены в работе [2]. Для точек равновесия модели определены в явном виде компоненты тензора кривизны отклонения, зависящие от текущих параметров модели, и соответствующие собственные значе-

ния тензора. Дано описание условий разрушения вихревых валов в слое жидкости и возникновения детерминированного хаоса. В работе [3] в контексте подхода исследован нелинейный двойной маятник и доказан результат: движение неустойчивого по Якоби маятника является хаотическим. Установлена зависящая от начальных условий граница перехода маятника от регулярного движения к хаотическому. Результаты аналогичного исследования для нелинейного двойного осциллятора с демпфированием при наличии квазистатического силового воздействия представлены в работе [4]. Также приведены значения параметров системы, включая силовое воздействие, соответствующие хаотическому движению.

Применительно к каждой из описанных в работах [2–4] систем, совершающей хаотическое движение, сформулирована соответствующая обратная задача на собственные значения тензора кривизны отклонения. Входная косвенная информация (собственные значения тензора) используется для восстановления существенных параметров системы. Реализован оптимизационный подход к решению регуляризованных обратных задач. При минимизации критериальных функций используются методы глобальной оптимизации [5, 6]. Для точки равновесия модели Лоренца восстановлены приближенные значения числа Прандтля, нормализованного числа Рэлея и геометрического фактора. Решением обратной задачи для нелинейного двойного маятника являются восстановленные значения геометрического параметра и начальных условий для обобщенных координат. Для точки равновесия нелинейного двойного осциллятора восстановлены значения параметров демпфирования. Приведены оценки точности численного решения обратных задач.

**Заключение.** На основе теории Косамби — Картана — Черна рассмотрен анализ устойчивости по Якоби детерминированных динамических систем: модели Лоренца, нелинейного двойного маятника, а также нелинейного двойного осциллятора с демпфированием при наличии силового воздействия. Для каждой системы представлены в аналитической форме компоненты тензора кривизны отклонения и его собственные значения. Сформулирована обратная задача на собственные значения указанного тензора. Приведены результаты численного решения обратных задач восстановления параметров рассматриваемых систем с использованием методов глобальной оптимизации. Точность восстановления параметров систем согласована с точностью задания входной информации.

## Reconstruction of parameters of Jacobi unstable nonlinear dynamic systems

Shkapov Pavel Mikhailovich<sup>1</sup>

Sulimov Valery Dmitrievich<sup>1(\*)</sup>

fn3svd24@mail.ru

Sulimov Andrey Valerievich<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

<sup>2</sup> Lomonosov MSU (SB), Sevastopol, Russia

**Abstract.** Problems of Jacobi stability analysis of nonlinear dynamical systems with possible chaotic behavior are considered. The approach on base of geometric description of time evolution of the dynamical system is realized. Components of the deviation curvature tensor and its eigenvalues are presented explicitly for the Lorenz model. The assessment of Jacobi stability of the equilibrium point of the model under standard parameter values is given. A similar study is carried out for a nonlinear double pendulum with the detection of the boundary of the transition from regular motion to deterministic chaos. Results of Jacobi stability analysis of the equilibrium point of the double oscillator under applied force are presented. The inverse eigenvalue problem for the deviation curvature tensor of the dynamical system is formulated. Numerical solution of the inverse problem is obtained using methods of global optimization. Results of solving the inverse problems of restoration of the parameters of the considered Jacobi unstable nonlinear dynamical systems are presented.

**Keywords:** geometric invariant, Jacobi stability, deterministic chaos, inverse problem, global optimization, hybrid algorithm

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Harko T., Pantaragphong P., Sabau S. Kosambi — Cartan — Chern (KCC) theory for higher order dynamical systems. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 2016, vol. 13, no. 2. <https://doi.org/10.1142/s0219887816500146>
- [2] Harko T., Ho C.Y., Leung C.S., Yip S. Jacobi stability analysis of the Lorenz system. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 2015, vol. 12 (7). <https://doi.org/10.1142/S0219887815500814>
- [3] Oiwa S., Yajima T. Jacobi stability analysis and chaotic behavior of nonlinear double pendulum. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 2017, vol. 14 (12). <https://doi.org/10.1142/S0219887817501766>
- [4] Wang F., Liu T., Kuznetsov N.V., Wei Z. Jacobi stability analysis and the onset of chaos in a two-degree-of-freedom mechanical system. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2021, vol. 31, no. 05. <https://doi.org/10.1142/s0218127421500759>
- [5] Sulimov V.D., Shkapov P.M., Sulimov A.V. Jacobi stability and updating parameters of dynamical systems using hybrid algorithms. *IOP Conference Series: Material Science and Engineering*, 2018, vol. 468. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/468/1/012040>
- [6] Shkapov P.M., Sulimov V.D., Sulimov A.V. Jacobi stability and restoration of parameters of the nonlinear double pendulum. *Mechanics of Solids*, 2024, vol. 59, no. 6, pp. 3336–3346. <https://doi.org/10.1134/S0025654424604178>

УДК 517.96

## Вычисление интегралов Коши в задачах механики

Гвоздев Платон Алексеевич<sup>1(\*)</sup>

gvozdevpa@student.bmstu.ru

Гордеева Надежда Михайловна<sup>1,2</sup><sup>1</sup> МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия<sup>2</sup> ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия

**Аннотация.** В ряде задач теоретической механики возникают сингулярные интегралы, к которым неприменимы стандартные методы интегрирования. Для интегралов типа Коши с экспоненциально убывающей плотностью, какими являются функции Максвелла, Ферми — Дирака и Бозе — Эйнштейна, предлагается итеративный метод вычисления таких интегралов, включающий оценку погрешности. Для указанных интегралов выведены новые представления в виде рядов, что позволяет аппроксимировать их частичными суммами и определять погрешность с помощью оценки остаточного члена ряда.

**Ключевые слова:** интеграл типа Коши, функция Доусона, гипергеометрическая функция Гаусса

## Calculation of Cauchy integrals in problems of mechanics

Gvozdev Platon Alekseevich<sup>1(\*)</sup>

gvozdevpa@student.bmstu.ru

Gordeeva Nadezhda Mikhailovna<sup>1,2</sup><sup>1</sup> Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia<sup>2</sup> FRC CSC RAS, Moscow, Russia

**Abstract.** A number of problems in theoretical mechanics involve singular integrals for which standard integration methods are inapplicable. For Cauchy-type integrals with exponentially decaying density, such as the Maxwell, Fermi — Dirac, and Bose — Einstein functions, an iterative method for calculating such integrals is proposed, including error estimation. New series representations are derived for these integrals, allowing them to be approximated by partial sums and the error determined by estimating the remainder term of the series.

**Keywords:** Cauchy integral, Dawson function, gauss hypergeometric function

УДК 621.56

## Гидравлические характеристики зеотропных теплоносителей при течении в трубах на основе стохастических уравнений

Дмитренко Артур Владимирович<sup>1,2(\*)</sup>

AVDmitrenko@mephi.ru

Белов Данила Алексеевич<sup>2</sup>

Зинченко Дмитрий Васильевич<sup>2</sup>

Зуброва Дарья Ивановна<sup>2</sup>

Пенюшкин Никита Олегович<sup>2</sup>

Конюхов А.В.<sup>2</sup>

Челмакин А.В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> НИЯУ МИФИ, Москва, Россия

<sup>2</sup> РУТ МИИТ, Москва, Россия

**Аннотация.** Представлены результаты гидродинамических расчетов для зеотропных теплоносителей. Показано согласование расчетов с экспериментом. Применению зеотропных теплоносителей в энергетических установках для преобразования низкопотенциальной теплоты уделяется особое внимание, ввиду их технико-экономических характеристик. Основное внимание уделяли термодинамическим параметрам органического цикла Ренкина для каждого теплоносителя. В то же время, важнейшим является вопрос о действительном кпд установки на органическом цикле Ренкина с учетом потерь, в частности давления, в оборудовании. На основе стохастических уравнений [1, 2] представлены результаты расчетов коэффициентов сопротивления для зеотропных теплоносителей при течении в трубах. Определено согласование расчетов с экспериментальными данными.

**Ключевые слова:** стохастические уравнения, зеотропность, теплоноситель

*Работа выполнена в рамках программы ПРИОРИТЕТ 2030.*

## Hydraulic characteristics of zeotropic heat carriers during flow in pipes based on stochastic equations

Dmitrenko Artur Vladimirovich<sup>1,2(\*)</sup>

AVDmitrenko@mephi.ru

Danila Alekseevich Belov<sup>2</sup>

Dmitry Vasilievich Zinchenko<sup>2</sup>

Daria Ivanovna Zubrova<sup>2</sup>

Nikita Olegovich Penyushkin<sup>2</sup>

Konyukhov A.V.<sup>2</sup>

Chelmakin A.V.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> MEPHI, Moscow, Russia

<sup>2</sup> RUT MIIT, Moscow, Russia

**Abstract.** The results of calculations of hydraulic characteristics for zeotropic heat carriers are presented. The results are compared with the experiment. The agreement of calculations with experimental data is shown.

**Keywords:** stochastic equations, zeotropy, coolant

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Дмитренко А.В. Эквивалентность мер и стохастические уравнения для турбулентных потоков. *ДАН*, 2013, т. 450, № 6. <https://doi.org/10.1134/s1028335813060098>
- [2] Dmitrenko A.V. Prediction of laminar-turbulent transition on flat plate on the basis of stochastic theory of turbulence and equivalence of measures. *Continuum Mech. Thermodyn.*, 2022, vol. 34, pp. 601–615. <https://doi.org/10.1007/s0016-021-01078-0>

*The work was carried out within the framework of the PRIORITY 2030 program.*

УДК 531.8

## Движение материальной точки относительно двух систем отсчета

Орлянская Тамара Ивановна

tamara.oryanskaya@gmail.com

SPIN-код: 2963-7731

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Рассматриваются вопросы получения уравнений динамики движения материальной точки относительно двух систем отсчета, которые определенным образом движутся относительно друг друга. При этом неподвижная система отсчета принимается за инерциальную (ИСО), подвижная – за неинерциальную (НИСО). Известно, что это движение можно рассматривать как сложное движение точки [1, 2]. Основное внимание в докладе уделяется вопросу о связях, которые накладывают ограничения на движение материальной точки и НИСО. Связь между материальной точкой и НИСО может быть задана в виде закона движения материальной точки относительно НИСО. Связь между НИСО и ИСО может быть задана в виде закона движения НИСО относительно ИСО. Автор в докладе показывает, что, разрывая одну связь и оставляя без изменения вторую связь можно получить и уравнение динамики абсолютного движения материальной точки со связью, и уравнение динамики относительного движения материальной точки. При этом уравнение динамики составляются с использованием второго закона Ньютона и аксиомы о связях. Предполагаемый метод получения уравнений динамики позволяет выяснить, что: абсолютное движение материальной точки – это движение материальной точки со связью; полученные уравнения динамики движения материальной точки зависят от воздействия НИСО на материальную точку; дополнительные силы в уравнении динамики относительного движения являются реакциями отброшенной связи, т.е. силами взаимодействия, а в уравнении динамики относительного движения они компенсируют неинерциальность НИСО для материальной точки и преобразуют уравнение динамики относительного движения к виду, который воспроизводит относительное движение в ИСО. Таким образом дополнительные силы приводят к абсолютизации НИСО для материальной точки и одновременно к абсолютизации относительного движения материальной точки [3].

**Ключевые слова:** материальная точка, инерциальная система отсчета, неинерциальная система отсчета, связь, реакция связи, абсолютизация относительного движения

## Motion of a material point relative to two reference systems

Orlyanskaya Tamara Ivanovna

tamara.orlyanskaya@gmail.com  
SPIN-code: 2963-7731

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** The report discusses the study of the motion of a material point relative to two reference systems, which move in a certain way relative to each other. It is known that this movement can be considered as a complex movement of a point. The report shows that this movement can also be seen as a connected movement.

**Keywords:** material point, inertial frame of reference, non-inertial frame of reference, connection, connection reaction, absolutization of relative motion

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Орлянская Т.И. Динамический анализ движения материальной точки со связью. *Фундаментальные основы механики*, 2025, № 15, с. 4–14.
- [2] Иродов И.Е. *Механика. Основные законы*. Москва, БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010, 309 с.
- [3] Ишлинский А.Ю. *Классическая механика и силы инерции*. Москва, Наука, 1987, 320 с.

УДК 378.147:531.01

## **Движение однородной круглой пластины по горизонтальной шероховатой прямой**

**Бертяев Виталий Дмитриевич**

tm@tsu.tula.ru  
SPIN-код: 4971-3486

*ТулГУ, Тула, Россия*

**Аннотация.** Исследовано безотрывное движение однородной круглой пластины (диска) по горизонтальной прямой при наличии сухого трения под действием произвольной плоской системы сил. Определены условия, при которых диск совершает тот или иной вид движения: чистое качение, поступательное, вращательное движения или качение с проскальзыванием, а также направление проскальзывания. Определена ширина области, внутри которой происходит чистое качение диска. Показано, что ее величина не только линейно зависит от предельной величины силы трения, но и нелинейно от момента инерции.

**Ключевые слова:** плоскопараллельное движение, вращательное и поступательное движения, гладкая прямая, шероховатая прямая, сухое трение

## Movement of a homogeneous round plate along a horizontal rough straight line

Bertyaev Vitaly Dmitrievich

tm@tsu.tula.ru

SPIN-code: 4971-3486

TulSU, Tula, Russia

**Abstract.** The continuous motion of a homogeneous circular plate (disk) along a horizontal straight line in the presence of dry friction under the action of an arbitrary plane system of forces is investigated. The conditions under which the disc performs a particular type of movement are determined: pure rolling, translational, rotational, or rolling with slippage, as well as the direction of slippage. The width of the area inside which the pure rolling of the disc occurs is determined. It is shown that its value not only linearly depends on the limiting value of the friction force, but also non-linearly on the moment of inertia.

**Keywords:** plane parallel motion, rotational and translational motion, smooth straight line, rough straight line, dry friction

### Список источников

- [1] Болотов Е.А. *О движении материальной плоской фигуры, стесненной связями с трением*. Москва, Университетская типография, Страстной бульвар, 1906, 147 с.
- [2] Пенлеве П. *Лекции о трении*. Москва, Гостехиздат, 1954, 316 с.
- [3] Розенблат Г.М. *Механика в задачах и решениях*. Москва, Едиториал УРСС, 2004, 160 с.
- [4] Розенблат Г.М. О движении плоского твердого тела по шероховатой прямой. *Нелинейная динамика*, 2006, т. 2, № 3, с. 293–306.
- [5] Розенблат Г.М. К постановке задач в динамике несвободного движения твердого тела и парадоксы Пенлеве. *Вестник Удмуртского университета. Механика*, 2009, вып. 2, № 3, с. 75–88.
- [6] Розенблат Г.М. *Сухое трение в задачах и решениях*. Ижевск, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2009, 52 с.

УДК 532.5.528

## **Движение по волнам частично погруженной в жидкость пластины. Эксперименты на модели судна катамарана, численный расчет**

**Бойко Андрей Владимирович**

**Прокофьев Владислав Викторович**

mailband@mail.ru

**Архангельский Евгений Анатольевич**

**Якимов Андрей Юрьевич**

*НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

**Аннотация.** В Институте механики МГУ имени М.В. Ломоносова была предложена схема нового волнового движителя (ВД), где механизм тяги связан не с качкой судна, а с опрокидыванием волн при взаимодействии с элементами конструкции ВД (наклонной пластиной), причем рабочий орган такого ВД легко изменить для сообщения судну реверсивного движения или же эффективно работать используя энергию волн для движения по волнам. Экспериментально и численно изучен эффект движения погруженной в жидкость жесткой пластины по волнам. Проведен двумерный нестационарный расчет взаимодействия бегущих волн с пластиной, имеющей одну поступательную степень свободы вдоль горизонтальной оси. В принятой постановке максимальная скорость перемещения пластины по волнам была ограничена групповой скоростью волн и достигалась (в численных расчетах) на волнах максимальной крутизны. При изучении движения катамарана диапазон углов наклона пластины изменялся от 0 до 1800 (режимы взаимодействия от наката волн на пластину, до ударного взаимодействия при малых углах наклона в сторону набегающих волн).

**Ключевые слова:** энергия волн, волновой движитель, катамаран

## Motion of a partially submerged plate in waves: experiments on a catamaran model and numerical simulation

Boyko Andrey Vladimirovich

mailband@mail.ru

Prokofyev Vladislav Victorovich

Arkhangelsky Evgeniy Anatol'evich

Yakimov Andrey Yurievich

*Institute of Mechanics of the Lomonosov MSU, Moscow, Russia*

**Abstract.** A novel concept of a wave propulsor (WP) proposed at the Institute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University, is presented. Its thrust mechanism relies not on the vessel's heave and pitch motions, but on wave breaking during interaction with the WP's structural elements (an inclined plate). The operating element of such a system can be easily reconfigured to provide reverse thrust or to operate efficiently by harnessing wave energy for propulsion. The motion of a rigid plate, partially submerged in waves, has been investigated both experimentally and numerically. A two-dimensional unsteady simulation was performed to study the interaction of travelling waves with a plate having a single translational degree of freedom along the horizontal axis. Within this framework, the maximum plate velocity induced by waves is constrained by the group velocity of the waves, a value that was attained in the numerical simulations for waves of maximum steepness. In the experimental study of the catamaran model, the plate inclination angle was varied from  $0^\circ$  to  $180^\circ$ , covering a full range of interaction regimes — from wave run-up onto the plate to impact phenomena occurring at small inclination angles relative to the oncoming waves.

**Keywords:** wave energy; wave propulsor; catamaran

### Список источников

- [1] Очеретяный С.А., Прокофьев В.В., Такмазьян А.К., Филатов Е.В. Воздействие волн на погруженную в жидкость подвижную пластину: физический и численный эксперимент. *Известия РАН МЖГ*, 2013, № 4, с. 27–34.
- [2] Прокофьев В.В., Архангельский Е.А., Бойко А.В. Использование волновых движителей на судне с малой площадью ватерлинии. *Известия РАН МЖГ*, 2023, № 1, с. 41–53.

УДК 531.36

## Динамика аэродинамического маятника, содержащего полость с жидкостью

Голуб Андрей Петрович

holub.imech@gmail.com

SPIN-код: 4548-6415

Локшин Борис Яковлевич

Селюцкий Юрий Дмитриевич

*НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

**Аннотация.** Рассмотрена динамика маятника со сферической полостью, частично заполненной идеальной жидкостью и помещенного в стационарный воздушный поток. Предположено, что система движется в вертикальной плоскости. Учитывается сила лобового сопротивления, действующая на оболочку маятника. Для моделирования колебаний жидкости в полости использована феноменологическая «маятниковая» модель. Проведено численное и экспериментальное исследование динамики системы.

**Ключевые слова:** аэродинамика, автоколебания, теоретическая механика

## Dynamics of an aerodynamic pendulum, containing a cavity with liquid

Holub Andrei Petrovich

holub.imech@gmail.com

SPIN-code: 4548-6415

Lokshin BorisYakovlevich

Seliutskiy Yuriy Dmitrievich

*Institute of Mechanics of the Lomonosov MSU, Moscow, Russia*

**Abstract.** The dynamics of a pendulum with a spherical cavity partially filled with an ideal fluid and placed in a stationary airflow are considered. The system is assumed to move in a vertical plane. The drag force acting on the pendulum shell is taken into account. A phenomenological "pendulum" model is used to simulate the oscillations of the fluid in the cavity. Numerical and experimental studies of the system's dynamics are conducted.

**Keywords:** aerodynamic, autooscillations, theoretical mechanics

### Список источников

- [1] Голуб А.П., Зудов В.Б., Локшин Б.Я., Селюцкий Ю.Д. О робастной стабилизации движения квадрокоптера с подвешенным грузом. *Мехатроника, автоматизация, управление*, 2024, т. 25, № 9, с. 490–500. <https://doi.org/10.17587/mau.25.490-500>
- [2] Moriello L., Biagiotti L., Melchiorri C., Paoli A. Manipulating Liquids with Robots: A Sloshing-Free Solution. *Control Engineering Practice*, 2018, vol. 78, pp. 129–141. <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2018.06.018>
- [3] Колесников К.С. *Динамика ракет*. Москва, Машиностроение, 1980, 376 с.

УДК 62-523.8

## Динамика и управление ногой четырехногого шагающего робота

Данилов Владимир Александрович

vldanilov90@gmail.com

*НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва*

**Аннотация.** Рассмотрена задача управления ногой четырехногого шагающего робота комбинированным методом импедансного управления и решения обратной задачи кинематики. В основе подхода лежит использование динамической модели ноги, полученной методом Лагранжа. Управление положением стопы формируется как сочетание получения целевых углов через обратную кинематику, формирования желаемых скоростей через транспонированный якобиан и вычисления управляющих моментов методом импедансного управления с динамической компенсацией. Полученные значения передаются на приводы, работающие по методу векторного управления и принимающие на вход желаемые углы, скорости и моменты. Эффективность предложенного комбинированного подхода продемонстрирована в серии испытаний на аппаратной робототехнической платформе. Проведен сравнительный анализ разработанного комбинированного алгоритма с чистой обратной кинематикой и чистым импедансным управлением. Полученные результаты показывают, что предложенный подход обеспечивает более точное выполнение движения вдоль программной траектории и может использоваться в системах управления локомоцией шагающих роботов.

**Ключевые слова:** четырехногий робот, шагающий робот, динамическая модель, кинематика ноги, импедансное управление

## Dynamics and control of a quadruped robot leg

Danilov Vladimir Alexandrovich

vldanilov90@gmail.com

*Institute of Mechanics of the Lomonosov MSU, Moscow, Russia*

**Abstract.** The paper addresses the problem of controlling the leg of a quadruped legged robot using a combined method of impedance control and inverse kinematics. The approach is based on a dynamic model of the leg derived with the Lagrangian method. Foot position control is achieved through a combination of desired joint angle calculation via inverse kinematics, desired velocity generation using the transposed Jacobian, and computation of desired torques through impedance control with dynamic compensation. The resulting values are transmitted to the actuators, which operate under a field-oriented control method and receive desired angles, velocities, and torques as inputs. The effectiveness of the proposed combined approach has been demonstrated in a series of experiments on a hardware robotic platform. A comparative analysis of the developed combined algorithm with vanilla inverse kinematics and vanilla impedance control has been conducted. The obtained results show that the proposed approach ensures more accurate trajectory tracking and can be applied in locomotion control systems of walking robots.

**Keywords:** quadruped robot, legged robot, dynamic model, leg kinematics, impedance control

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Fahmi S., Mastalli C., Focchi M., Semini C. Passive Whole-Body Control for Quadruped Robots: Experimental Validation over Challenging Terrain. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2019. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1811.00884>
- [2] Di Carlo J., Wensing P. M., Katz B., Bledt G., Kim S. Dynamic Locomotion in the MIT Cheetah 3 Through Convex Model-Predictive Control. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 2018, pp. 1–9. <https://doi.org/10.1109/IROS.2018.8594448>
- [3] Danilov V., Klimov K., Kapytov D., Diane S. Bipedal Walking Robot Control Using PMTG Architecture. *Climbing and Walking Robots Conference*, 2023, pp. 89–100. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-47272-5\\_8](https://doi.org/10.1007/978-3-031-47272-5_8)
- [4] Şen M.A., Veli B., Mete K. Inverse Kinematic Analysis of a Quadruped Robot. *International Journal of Scientific & Technology Research*, 2017, no. 6, pp. 285–289.
- [5] Буданов В.М., Данилов В.А., Капытов Д.В., Климов К.В. Малогабаритный четырехногий шагающий робот на базе бесколлекторных моторов. *Известия РАН. Теория и системы управления*, 2025, № 3, с. 152–176.

УДК 531.01

## Динамика качения колеса с присоединенной массой

Барышников Юрий Николаевич

mhnts@list.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

**Аннотация.** Решена задача динамики качения колеса с присоединенной на ободе точечной массой. Колесо моделируется абсолютно твердым тонкостенным цилиндром, который движется по горизонтальной плоскости без проскальзывания с учетом трения качения. Для вывода дифференциального уравнения движения колеса используется уравнение Лагранжа 2-го рода. В результате расчетов получено нелинейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка. Данное уравнение описывает затухающие колебания колеса с учетом трения качения. Нормальная реакция колеса, необходимая для расчета момента трения качения, получена на основе теоремы о движении центра масс. Проведен анализ полученных результатов.

**Ключевые слова:** динамика, колесо, присоединенная масса, трение качения, затухающие колебания

## Dynamics of rolling of a wheel with attached mass

Baryshnikov Yuri Nikolaevich

mhnts@list.ru

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

**Abstract.** The rolling dynamics problem of a wheel with a point mass attached to the rim is solved. The wheel is modeled as an absolutely rigid thin-walled cylinder that moves along a horizontal plane without slipping, taking rolling friction into account. The Lagrange equation of the second kind is used to derive the differential equation of the wheel's motion. The calculations yield a nonlinear, inhomogeneous second-order differential equation. This equation describes the damped oscillations of the wheel, taking rolling friction into account. The normal reaction of the wheel, necessary for calculating the rolling friction torque, is derived using the center-of-mass theorem. The results are analyzed.

**Keywords:** dynamics, wheel, attached mass, rolling friction, and damped oscillations

### Список источников

- [1] Дронг В.И., Дубинин В.В., Ильин М.М. *Курс теоретической механики*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017, 584 с.
- [2] Сабирзянов А.А. Кукла-неваляшка как колебательная система. *Учебная физика*, 2024, № 1, с. 27–32.

УДК 532.5

## Дисперсия поверхностных волн и лигаментов в гетерогенных вязких жидкостях

Очиров Артем Александрович

ochir@ipmnet.ru

*Институт проблемы механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия*

**Аннотация.** Рассмотрены двумерные возмущения свободной поверхности жидкости в различных постановках с учетом влияния вязкости, стратификации, поверхностного электрического заряда. Прослежено влияние различных факторов на дисперсионные соотношения всех компонентов течения, описываемых полными решениями редуцированной фундаментальной системы уравнений механики жидкостей.

**Ключевые слова:** волны, лигаменты, сингулярные возмущения, вязкость, стратификация, дисперсионное уравнение

*Работа выполнена в рамках госзадания, номер регистрации: 124012500442-3.*

## Dispersion of surface waves and ligaments in heterogeneous viscous fluids

Ochirov Artem Alexandrovich

ochir@ipmnet.ru

*Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russia*

**Abstract.** Two-dimensional perturbations of a fluid's free surface are considered in various formulations, taking into account the effects of viscosity, stratification, and surface electric charge. The influence of various factors on the dispersion relations of all flow components, described by complete solutions of a reduced fundamental system of fluid mechanics equations, is traced.

**Keywords:** waves, ligaments, singular perturbations, viscosity, stratification, dispersion equation

*This work was supported by the Government program,  
state registration number: 124012500442-3.*

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Chashechkin Y.D. Foundations of Engineering Mathematics Applied for Fluid Flows. *Axioms*, 2021, vol. 10, iss. 4, art. no. 286.
- [2] Chashechkin Y.D., Ochirov A.A. Periodic Waves and Ligaments on the Surface of a Viscous Exponentially Stratified Fluid in a Uniform Gravity Field. *Axioms*, 2022, vol. 11, no. 8, art. no. 402.
- [3] Очиров А.А., Чашечкин Ю.Д. Волновое движение в вязкой однородной жидкости с поверхностным электрическим зарядом. *Прикладная математика и механика*, 2023, т. 87, № 3, с. 379–391.
- [4] Очиров А.А., Трифонова У.О., Чашечкин Ю.Д. Расчет тонкой структуры двумерных периодических течений в сжимаемой атмосфере. *Прикладная математика и механика*, 2025, т. 89, № 3, с. 494–511.

УДК 37.091.33:531.1

## Забытые имена: трагические судьбы творцов классической механики

Мисюра Наталья Евгеньевна

misura@mail.ru

Митюшов Евгений Александрович

*УрФУ, Екатеринбург, Россия*

**Аннотация.** Поднимается проблема забвения историко-научного контекста в современном инженерном и физико-математическом образовании. На примере анализа биографий и научного наследия двух выдающихся французских ученых XIX века — Эдмонда Бура и Марка-Жозефа-Эмильена Ривалса — авторы показывают, как имена творцов фундаментальных физико-математических концепций, чьи теоремы и формулы ежедневно используются во всем мире, оказались стерты из коллективной памяти профессионального сообщества. Восстановление биографий ученых позволяет не только отдать дань уважения их интеллектуальному подвигу, но и гуманизировать образовательный процесс, вернув в него личности создателей науки. Авторы приходят к выводу о необходимости интеграции историко-научного знания в содержание учебных курсов для формирования целостного мировоззрения и профессиональной культуры будущих специалистов.

**Ключевые слова:** история науки, история механики, педагогика высшей школы, образовательные технологии, наследие ученых, Эдмонд Бур, Ривалс, теоретическая механика, физико-математическое образование

## Forgotten names: the tragic fates of the creators of classical mechanics

Misyura Natalia Evgenievna

misura@mail.ru

Mityushov Evgeny Alexandrovich

Ural Federal University, Ekaterinburg, Russia

**Abstract.** The article addresses the problem of neglecting the historical-scientific context in modern engineering and physics-mathematics education. By analyzing the biographies and scientific heritage of two outstanding 19th-century French scientists — Edmond Bour and Marc-Joseph-Émilien Rivals — the authors demonstrate how the names of the creators of fundamental physical-mathematical concepts, whose theorems and formulas are used daily worldwide, have been erased from the collective memory of the professional community. Recovering the scientists' biographies allows not only to pay tribute to their intellectual feat but also to humanize the educational process by reintroducing the personalities of the science creators. The authors conclude that integrating historical-scientific knowledge into the content of academic courses is necessary for forming a holistic worldview and professional culture of future specialists.

**Keywords:** history of science, history of mechanics, higher education pedagogy, educational technologies, scientists' legacy, Edmond Bour, Rivals, theoretical mechanics, physics-mathematics education

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] *Биография Эдмонда Бура*. URL: [https://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=sm&paperid=6931&option\\_lang=rus](https://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=sm&paperid=6931&option_lang=rus) (дата обращения 20.09.2025).
- [2] *Nécrologie. Émilien Rivals (1833–1889)*. URL: <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k5720338q/f555.item> (accessed 20.09.2025).

УДК 629.78

## Задача оптимального торможения центра масс спускаемого летательного аппарата в сопротивляющейся среде

Орёл Никита Андреевич

nikita.orel@math.msu.ru

*МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

**Аннотация.** Рассмотрена задача оптимального управления процессом торможения спускаемого летательного аппарата в сопротивляющейся среде при движении в вертикальной плоскости. Модель предполагает пренебрежимое влияние расхода топлива на движение центра масс. В качестве управляющих переменных используются тяга и угол наклона траектории, а целевым функционалом является квадрат скорости аппарата в заданный конечный момент времени. С использованием принципа максимума Понтрягина исходная задача оптимального управления сводится к краевой задаче для системы нелинейных дифференциальных уравнений. Устанавливается неоптимальность особых режимов управления в случае линейного сопротивления. Анализ с использованием первого интеграла системы позволяет определить возможное количество переключений тяги вдоль оптимальной траектории и получить достаточные условия для случая, когда возможно не более одного переключения. Полученные качественные результаты проиллюстрированы численным моделированием.

**Ключевые слова:** оптимальное торможение, принцип максимума, особое управление, фазовый портрет

## The problem of optimal braking of a lander's mass center in a resisting medium

Orel Nikita Andreevich

nikita.orel@math.msu.ru

Lomonosov MSU, Moscow, Russia

**Abstract.** This paper considers the optimal control problem for the braking process of a reentry vehicle in a resistive medium while moving vertically. The model assumes a negligible effect of fuel consumption on the motion of the center of mass. Thrust and trajectory inclination are used as control variables, and the objective functional is the square of the vehicle's velocity at a given final instant. Using Pontryagin's maximum principle, the original optimal control problem is reduced to a boundary value problem for a system of nonlinear differential equations. The nonoptimality of special control modes in the case of linear resistance is established. Analysis using the first integral of the system allows us to determine the possible number of thrust switches along the optimal trajectory and derive sufficient conditions for the case where no more than one switch is possible. The qualitative results obtained are illustrated by numerical simulation.

**Keywords:** optimal braking, maximum principle, singular control, phase portrait

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Meditch J. On the problem of optimal thrust programming for a lunar soft landing. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1964, vol. 9, pp. 477–484.
- [2] Понtryгин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. *Математическая теория оптимальных процессов*. Москва, Наука, 1983, 393 с.
- [3] Kelley H.J., Kopp R.E., Moyer H.G. *Singular extremals. In Topics in Optimization*. New York, Academic Press, 1957, pp. 63–101.

УДК 517.977

## Закон линейного тангенса для учета фазовых ограничений

Арцибасов Антон Вячеславович

artsibasov@ipmnet.ru

Решмин Сергей Александрович

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия*

**Аннотация.** Решена задача оптимизации движения динамического объекта в начальный момент времени, отдаляющегося от желаемой прямолинейной траектории. Для учета фазовых ограничений и достижения требуемой траектории используется модификация закона линейного тангенса.

**Ключевые слова:** траекторная оптимизация, закон линейного тангенса

*Исследование выполнено за счет гранта РФФИ (проект № 23-11-00128).*

## The linear tangent law for accounting for phase constraints

Artsibasov Anton Vyacheslavovich

artsibasov@ipmnet.ru

Reshmin Sergey Alexandrovich

*Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russia*

**Abstract.** The problem of optimizing the motion of a dynamic object initially moving away from a desired linear trajectory is solved. A modification of the linear tangent law is used to account for phase constraints and achieve the desired trajectory.

**Keywords:** trajectory optimization, linear tangent law

*This work was supported by the RSF grant (project No. 23-11-00128).*

## Список источников

- [1] Охоцимский Д.Е., Эннеев Т.М. Некоторые вариационные задачи, связанные с запуском искусственного спутника Земли. *УФН*, 1957, т. 63, № 1, с. 5–32. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0063.195709b.0005>

УДК 532.135

## Идентификация параметров структурно-реологической модели тиксотропных сред по кривым течения и вязкости

Гулин Вячеслав Владимирович<sup>1,2(\*)</sup>

kornet104@gmail.com

Хохлов Андрей Владимирович<sup>1,2</sup><sup>1</sup> НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия<sup>2</sup> СВФУ им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия

**Аннотация.** Кривые течения и вязкости (зависимости напряжения и вязкости от скорости сдвига) — важнейшие характеристики поведения неньютоновских жидкостей. Проведена идентификация структурно-реологической модели тиксотропных вязкоупругопластических сред, предложенной ранее, по экспериментальным кривым течения и вязкости битума при разных температурах и водных растворов ксантановой камеди в диапазоне концентраций 0,5–1,4 г/л. Модель описывает два взаимосвязанных процесса: деформирование и эволюцию внутренней структуры материала, что позволяет воспроизводить ключевые эффекты тиксотропии — снижение вязкости при сдвиге и ее восстановление в покое. Она содержит шесть материальных параметров и одну материальную функцию. По экспериментальным данным определены параметры, отвечающие за время релаксации, вклад структуры в вязкость, баланс процессов разрушения и образования структуры, а также ее чувствительность к напряжению. Показано, что модель с линейной материальной функцией хорошо описывает экспериментальные кривые вязкости водных растворов ксантановой камеди разной концентрации в диапазоне скоростей сдвига от 0,01 до 1000 с<sup>-1</sup>. Выявлены физически осмысленные монотонные зависимости определенных параметров модели от концентрации раствора, установлено их хорошее описание степенными функциями концентрации. Обнаружено, что равновесная структурированность слабо зависит от концентрации, а равновесное время релаксации — сильно.

**Ключевые слова:** тиксотропия, структурированность, идентификация параметров, кривые течения, вязкость, битум, ксантановая камедь

## Identification of parameters of a structural rheological model of thixotropic media using flow and viscosity curves

Vyacheslav Vladimirovich Gulin<sup>1,2(\*)</sup>

kornet104@gmail.com

Andrey Vladimirovich Khokhlov<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> *Institute of Mechanics of the Lomonosov MSU, Moscow, Russia*

<sup>2</sup> *NEFU, Yakutsk, Russia*

**Abstract.** Flow and viscosity curves (the dependences of stress and viscosity on the shear rate) are the most important characteristics of the behavior of non-Newtonian fluids. A previously proposed structural-rheological model of thixotropic viscoelastoplastic media is identified using experimental flow and viscosity curves of bitumen at different temperatures and aqueous xanthan gum solutions in the concentration range of 0.5–1.4 g/L. The model describes two interrelated processes: deformation and the evolution of the internal structure of the material, which allows for the reproduction of the key effects of thixotropy—a decrease in viscosity under shear and its recovery at rest. It contains six material parameters and one material function. Experimental data are used to determine the parameters responsible for the relaxation time, the contribution of structure to viscosity, the balance between the processes of destruction and formation of the structure, as well as its sensitivity to stress. It was demonstrated that a model with a linear material function provides a good description of the experimental viscosity curves of aqueous xanthan gum solutions of varying concentrations over a shear rate range from 0.01 to 1000 s<sup>-1</sup>. Physically meaningful monotonic dependences of certain model parameters on solution concentration were identified, and their good description by power-law concentration functions was established. It was found that equilibrium structuring depends weakly on concentration, while the equilibrium relaxation time depends strongly on concentration.

**Keywords:** thixotropy, shear thinning, structural parameter, structuredness, identification, flow curves, viscosity curves, bitumen, xanthan gum

УДК 372

## Из истории академии

**Жидков Геннадий Николаевич**

gen7517@yandex.ru

**Горкунов Вадим Николаевич**

ВА РВСН им. Петра Великого, Балашиха, Россия

**Аннотация.** Статья посвящена Герою Советского союза Екатерине Васильевне Рябовой, Ветерану Великой Отечественной войны, Ветерану академии, летчице, доценту кафедры теоретической механики ВА РВСН с 1963 по 1972 г. Заветной мечтой Екатерины Васильевны с самого детства была учеба в МГУ, куда она и поступила после окончания школы. Однако учеба была прервана событиями военного времени. В октябре 1941 года Марина Раскова отобрала студенток вузов, обладающих определенным запасом знаний математики и механики, в добровольческую авиачасть. Так Екатерина Рябова встала на защиту своего Отечества. Как летчица-штурман, она летала на бомбардировщиках ПО-2, принимала участие во множестве боевых вылетов, демонстрируя высокий профессионализм и бесстрашие. Всего за период боевых действий Рябова Е.В. совершила 890 боевых вылетов, сбросив на противника 96 тонн бомб. Свой последний, 890-й по счету, боевой вылет гвардии старший лейтенант Екатерина Васильевна Рябова выполнила на подступах к Берлину. После войны Екатерина Васильевна продолжила учебу в МГУ, став ученым и преподавателем, активным участником в общественной жизни. В академию на кафедру теоретической механики традиционно приглашались преподаватели-специалисты высокого класса, в их числе была Екатерина Васильевна. Она была доцентом кафедры теоретической механики ВА РВСН с 1963 по 1972 г., работала под руководством также выпускника МГУ — Семена Михайловича Тарга.

**Ключевые слова:** Рябова Е.В., Герой Советского Союза, Великая Отечественная война, 46 Гвардейский полк ночных бомбардировщиков, патриотизм, кафедра, механика

## Список источников

- [1] Вершинин К.А. *Четвертая воздушная*. Москва, Воениздат, 1975.
- [2] Ракобольская И., Кравцова Н. *Нас называли ночными ведьмами. Так воевал женский 46-й гвардейский полк ночных бомбардировщиков*. Москва, Изд-во МГУ, 2005, 336 с.
- [3] Кравцова Н. *Ночные ведьмы*. Москва, Детская литература, 2020.
- [4] Сумарокова Т.Н. *Пролети надо мной после боя: О дважды Герое Сов. Союза Г.Ф. Сивкове и Герое Сов. Союза Е.В. Рябовой*. Москва, Политиздат, 1988, 109 с.
- [5] Сивков Г. *Готовность номер один. Шестьдесят лет спустя*. Москва, Советская Россия, 1976.

## From the history of the academy

**Zhidkov Gennady Nikolaevich**

gen7517@yandex.ru

**Gorkunov Vadim Nikolaevich**

*Military Academy of the Strategic Missile Forces, Balashikha, Russia*

**Abstract.** This article is dedicated to Hero of the Soviet Union Ekaterina Vasilyevna Ryabova, a veteran of the Great Patriotic War, an academy veteran, a pilot, and an associate professor of the Department of Theoretical Mechanics at the Strategic Missile Forces Academy from 1963 to 1972.

**Keywords:** Ryabova E.V., Hero of the Soviet Union, Great Patriotic War, 46th Guards Night Bomber Regiment, patriotism, department, mechanics

УДК 539.319

## Интегральный критерий для верификации обобщенного закона Гука в задачах осесимметричного нагружения

Дуйшеналиев Туратбек Болотбекович

duyshenaliyevt@mpei.ru

НИУ «МЭИ», Москва, Россия

**Аннотация.** Проблема непосредственной экспериментальной верификации обобщенного закона Гука приводит к необходимости использования косвенных методов, основанных на решении краевых задач. Подстановка полученных решений в уравнения закона позволяет трансформировать их в проверяемую форму. Предложен критерий, основанный на интегрировании уравнений движения цилиндрического образца в условиях осесимметричного нагружения. Результаты эксперимента подтверждают применимость обобщенного закона Гука за рамками классической теории малых деформаций.

**Ключевые слова:** обобщенный закон Гука, осесимметричное нагружение, краевая задача, критерий

## Integral criterion for verification of generalized

Duishenaliev Turatbek Bolotbekovich

duyshenaliyevt@mpei.ru

*National Research University «Moscow Power Engineering Institute», Moscow, Russia*

**Abstract.** The problem of direct experimental verification of the generalized Hooke's law leads to the need to use indirect methods based on solving boundary value problems. Substituting the obtained solutions into the equations of the law makes it possible to transform them into a verifiable form. A criterion based on the integration of the equations of motion of a cylindrical sample under axisymmetric loading conditions is proposed. The experimental results confirm the applicability of the generalized Hooke's law beyond the classical theory of small deformations.

**Keywords:** generalized Hooke's law, axisymmetric loading, boundary value problem, criterion

## Список источников

- [1] Жакыпбеков А.Б., Дуйшеналиев Т.Б. Уравнение диаграммы нагрузка-деформация. *Математический журнал*, 2004, т. 4, № 3(13), с. 27–41.

УДК 378.4

## Интеграция проектного обучения в преподавание фундаментальных наук

**Романовская Елена Мироновна**

e.m.romanovskaia@urfu.ru

SPIN-код: 4462-0995

**Берестова Светлана Александровна**

SPIN-код: 3396-6210

**Рощева Татьяна Анатольевна**

SPIN-код: 3865-3007

**Савина Елена Александровна***УрФУ, Екатеринбург, Россия*

**Аннотация.** Представлен опыт успешной интеграции проектного обучения в преподавании фундаментальных наук. Описанные результаты апробации модели демонстрируют ее эффективность для понимания теоретических концепций, формирования исследовательских компетенций и устойчивого роста мотивации студентов. Предложена модель подхода, который сочетает освоение теоретического материала с проектными формами деятельности. Приводится кейс, обсуждаются выявленные проблемы (высокая нагрузка на преподавателя, сложность оценки индивидуального вклада) и пути их решения. Сделан вывод о повышении мотивации студентов и формировании системного мышления.

**Ключевые слова:** проектное обучение, фундаментальные науки, методика преподавания, мотивация, компетенции, высшее образование

## Integrating project-based learning into basic science teaching

Romanovskaia Elena Mironovna

e.m.romanovskaia@urfu.ru

SPIN-код: 4462-0995

Berestova Svetlana Alexandrovna

SPIN-код: 3396-6210

Roshcheva Tatyana Anatolyevna

SPIN-код: 3865-3007

Savina Elena Alexandrovna

Ural Federal University, Ekaterinburg, Russia

**Abstract.** This paper presents the successful integration of project-based learning into the teaching of basic sciences. The described results of testing the model demonstrate its effectiveness for understanding theoretical concepts, developing research competencies and sustainable growth in student motivation. A model of an approach is proposed that combines the development of theoretical material with project forms of activity. A case is presented, the identified problems (high workload on the teacher, difficulty in assessing individual contribution) and ways to solve them are discussed. It is concluded that students' motivation is increased and systemic thinking is formed.

**Keywords:** project-based learning, fundamental sciences, teaching methods, motivation, competencies, higher education

### Список источников

- [1] Тарасова А.В. Проектная деятельность как инструмент совершенствования навыков научно-исследовательской деятельности студентов в вузе. *Проектирование. Опыт. Результат*, 2024, № 1, с. 89–94.
- [2] Берестова С.А., Ламоткин А.Е., Романовская Е.М. Эффективное планирование оценочных мероприятий в электронном курсе. Цифровая среда студента. *Пространство возможностей. Всерос. науч.-практ. форум: матер.* Екатеринбург, УрФУ, 2024, с. 27–31.

УДК 004.01

## Использование компьютерного зрения в задаче навигации летательного аппарата - робота на международной космической станции

Тюрин Ростислав Русланович

trr1945@gmail.com

*МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

**Аннотация.** Разработан вычислительно эффективный метод визуальной навигации свободно летающего робота для применения в российском сегменте Международной космической станции. Предложенный подход сочетает обнаружение ключевых точек на изображении с использованием компьютерного зрения и решения задачи Вахбы для оценки положения и ориентации. Представленная методика ориентирована на применение в условиях ограниченных ресурсов и может служить надежным источником информации на этапе коррекции в широко применяемых алгоритмах фильтрации.

**Ключевые слова:** космическая робототехника, навигация, алгоритмы навигации, модель камеры, компьютерное зрение

## Using computer vision in a task navigation of a robot aircraft on the international space station

Tyurin Rostislav Ruslanovich

trr1945@gmail.com

*Lomonosov MSU, Moscow, Russia*

**Abstract.** A computationally efficient method of visual navigation of a free-flying robot has been developed for use in the Russian segment of the International Space Station. The proposed approach combines the detection of key points in an image using computer vision and solving the Wahba problem to estimate position and orientation. The presented technique is aimed at application in conditions of limited resources and can serve as a reliable source of information at the correction stage in widely used filtering algorithms.

**Keywords:** space robotics, navigation, navigation algorithms, camera model, computer vision

УДК 537.8

## Использование механико-гидравлической модели при изучении теоремы Гаусса в электромагнетизме

Веретимус Диана Константиновна<sup>(\*)</sup>

dkveretimus@bmstu.ru

Веретимус Надежда Константиновна

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Показано как обращение к механико-гидравлическим аналогиям помогает пояснить теорему Гаусса для электрического поля и прогнозировать ее вид для магнитного поля; раскрывает физический смысл дифференциальной формы этой теоремы, что способствует лучшему освоению учебного материала студентами.

**Ключевые слова:** теорема Гаусса, электромагнетизм, курс, поле

## Using a mechanical -hydraulic model to study Gauss's theorem in electromagnetism

Veretimus Diana Konstantinovna<sup>(\*)</sup>

dkveretimus@bmstu.ru

Veretimus Nadezhda Konstantinovna

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** This paper demonstrates how using mechanical-hydraulic analogies helps clarify Gauss's theorem for an electric field and predict its form for a magnetic field; it also reveals the physical meaning of the differential form of this theorem, which facilitates better student learning.

**Keywords:** Gauss's theorem, electromagnetism, course, field

### Список источников

- [1] Веретимус Д.К., Веретимус Н.К. *Основы электростатики и магнитостатики. Модуль 3.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2021, 169 с.

УДК 378.4

## Использование реальных архитектурных объектов для кейсовых заданий по теоретической механике у студентов строительных специальностей

Берестова Светлана Александровна<sup>1</sup>

s.a.berestova@urfu.ru

SPIN-код: 3396-6210

Фоминых Анна Ильинична<sup>1</sup>Романовская Анастасия Дмитриевна<sup>2</sup><sup>1</sup> УрФУ, Екатеринбург, Россия<sup>2</sup> Московский политехнический университет, Москва, Россия

**Аннотация.** Рассмотрено применение кейсовых заданий при преподавании теоретической механики для студентов строительных специальностей, как одного из приемов формирования профессиональных компетенций. Задания формулируются для реальных архитектурных объектов. Изложены рекомендации по интеграции кейсов в существующие учебные программы. В качестве примера приводится пример постановки задачи для Невьянской башни. Рассмотрены возможности адаптации заданий для разных уровней подготовки. Предлагаемая система заданий прошла проверку в учебном процессе студентов строительных специальностей УрФУ.

**Ключевые слова:** кейсовое задание, методика преподавания, мотивация, компетенции, высшее образование

## Using real architectural objects for case studies in theoretical mechanics for students of construction specialties

Berestova Svetlana Aleksandrovna<sup>1</sup>

s.a.berestova@urfu.ru

SPIN-code: 3396-6210

Fominykh Anna Ilyinichna<sup>1</sup>Romanovskaya Anastasia Dmitrievna<sup>2</sup><sup>1</sup> Ural Federal University, Ekaterinburg, Russia<sup>2</sup> Moscow Polytechnic University, Moscow, Russia

**Abstract.** The paper examines the use of case studies in teaching theoretical mechanics to students of construction specialties, as one of the methods of forming professional competencies. Tasks are formulated for real architectural objects. Recommendations on the integration of case studies into existing curricula are outlined. As an example, an example of setting a problem for the Nevyanskaya Tower is given. The possibilities of adapting assignments for different levels of training are being considered. The proposed assignment system has been tested in the educational process of UrFU students of construction specialties.

**Keywords:** case study, teaching methods, motivation, competencies, higher education

УДК 681.121.89.082.4:681.5.08

## Исследование бегущей продольной волны в упругой среде по ее фазовым характеристикам

Лукин Константин Борисович

lkb1942@mail.ru  
SPIN-код: 2878-1582

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

**Аннотация.** Теоретически и экспериментально с помощью двухканального цифрового запоминающего осциллографа OWON исследованы в предположении сферического волнового фронта: фазовая скорость, длина волны; с точностью долей миллиметра определено расстояние между двумя приемниками волны, принимающих сигнал от движущегося передатчика.

**Ключевые слова:** волновой процесс, упругая среда, фазометрия

## Study of a traveling longitudinal wave in an elastic medium based on its phase characteristics

Lukin Konstantin Borisovich

lkb1942@mail.ru

**Abstract.** The phase velocity and wavelength were theoretically and experimentally investigated using an OWON dual-channel digital storage oscilloscope under the assumption of a spherical wavefront; the distance between two wave receivers receiving a signal from a moving transmitter was determined with an accuracy of fractions of a millimeter.

**Keywords:** wave process, elastic medium, phase measurement

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Khaliullina A.V., Khayrutdinov B.I. *Ultrasound in Medicine: A Study Guide*. Kazan, Kazan University Publishing House, 2022, 116 p.
- [2] Brazhnikov N.I. *Ultrasonic phase measurement*. Moscow, Energia, 1968, 272 p.

УДК 534.1

## Исследование колебаний при кантовании колонного аппарата с помощью самомонтирующегося крана

Беличенко Данил Александрович

belichenkoda@student.bmstu.ru

SPIN-код: 3525-3310

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Рассмотрен процесс кантования колонного аппарата для нефтепереработки при помощи специальной самомонтирующейся подъемно-транспортной системы ENERPAC B-SET. Проведен кинематический анализ такта подъема, в котором наблюдаются наибольшие подъемные усилия. Рассчитано теоретическое минимальное время подъема за один такт,  $t = 9,12$  с. Проведен расчет переходного процесса, рассмотрен такт с наибольшими подъемными усилиями: выявлено возникновение затухающего колебания в поперечном направлении относительно пролетного строения крана. Данное колебание не приводит к потере устойчивости.

**Ключевые слова:** самомонтирующийся кран, колонный аппарат, процесс кантования, расчет колебаний, программный комплекс Ansys

По результатам расчета динамической модели было выявлено, что по вертикали вершины модели перемещаются плавно — не возникает колебаний, деформация проходит непрерывно. По горизонтали возникает затухающее колебание — максимальное отклонение вершины составляет  $A = 89$  мм. Период колебания  $T$  равен времени подъема  $t$ . Таким образом, при кантовании колонного аппарата возникает затухающее колебание, но оно не является критическим, не ведет к потере устойчивости [3, с. 366].

Цель исследования достигнута — по результатам расчета динамической модели процесса подъема реактора гидрокрекинга обнаружено затухающее колебание с максимальной амплитудой  $A = 89$  мм. Используемую методику создания динамической модели подъемно-транспортной системы можно применять для расчета такелажных работ на реальных объектах или при создании автоматизированного оборудования для операции кантования.

## Study of vibrations during tilting of a column apparatus using a self-erecting crane

Belichenko Danil Alexandrovich

belichenkoda@student.bmstu.ru  
SPIN-code: 3525-3310

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** The process of tipping a column apparatus for oil refining using a special self-mounting lifting and transport system ENERPAC B-SET is considered. A kinematic analysis of the lifting stroke, in which the greatest lifting forces are observed, is carried out. The theoretical minimum lifting time per clock cycle is calculated,  $t=9.12$  s. The calculation of the transient process is carried out, the stroke with the highest lifting forces is considered: the occurrence of a damped oscillation in the transverse direction, relative to the crane span bridge, is revealed. This oscillation does not lead to a loss of stability.

**Keywords:** self-erecting crane, column apparatus, tilting process, vibration calculation, Ansys software package

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Дроговоз П.А., Попович А.П. Сравнительный анализ технологий для подъема и монтажа крупнотоннажного оборудования в проекте реконструкции Ачинского нефтеперерабатывающего завода. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, № 3, с. 1–13. URL: <https://engjournal.bmstu.ru/articles/1223/1223.pdf> (дата обращения 20.10.2025).
- [2] Жидков А.В. *Применение программы ANSYS к решению задач геометрического и конечно-элементного моделирования*. Нижний Новгород, НГУ им. Н.И.Лобачевского, 2006, 115 с.
- [3] Валишвили Н.В., Гаврюшин С.С. *Сопротивление материалов и конструкций*. Москва, Юрайт, 2023, 429 с.

УДК 531.36

## Исследование некоторых классов движения механических систем с двумя степенями свободы

Обносков Константин Борисович

obnosov@bmstu.ru

Шевченко Алексей Олегович<sup>(\*)</sup>

shevchenkoao@student.bmstu.ru

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** В подавляющем числе современных отечественных учебниках по теоретической механике в разделе «Малые колебания около положения устойчивого равновесия» устойчивость равновесия определения определяется с помощью теорем Лежен — Дирихле и Ляпунова. Причем на теорему Ляпунова делается только ссылка без должной формулировки самой теоремы, так как формулировка этой теоремы требует использования функции Ляпунова. А в настоящее время из-за краткости курсов по теоретической механике выделять время на подобные теории принципиально невозможно. Настоящее исследование посвящено анализу устойчивости по Ляпунову положений равновесия механической системы с двумя степенями свободы и подчиняющихся голономным удерживающим стационарным связям, на которую действуют только потенциальные силы. В рамках работы была приведена схема конкретного механизма с описанием его работы и параметров, составлены уравнения Лагранжа 2-го рода этого механизма. Для рассмотрения различных типов движений механизма была составлена программа численного интегрирования в математическом пакете WolframMathematica. С помощью пространственного графика потенциальной энергии и программы численного интегрирования приведена мультимедийная иллюстрация выполнения условий устойчивости по Ляпунову в конфигурационном пространстве. В процессе исследования обнаружены некоторые своеобразные траектории точки в конфигурационном пространстве, которые требуют дальнейшего изучения.

**Ключевые слова:** устойчивость по Ляпунову, малые колебания, конфигурационное пространство, потенциальная энергия, кинетическая энергия, полная механическая энергия

## Study of Certain Classes of Motion of Mechanical Systems with Two Degrees of Freedom

Obnosov Konstantin Borisovich  
Shevchenko Aleksey Olegovich<sup>(\*)</sup>

obnosov@bmstu.ru  
shevchenkoao@student.bmstu.ru

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** In the overwhelming majority of modern Russian textbooks on theoretical mechanics, the section “Small Oscillations Around a Stable Equilibrium Position” defines the equilibrium stability using the Lejeune — Dirichlet and Lyapunov theorems. Moreover, Lyapunov's theorem is merely referenced without a proper formulation of the theorem itself, since its formulation requires the use of a Lyapunov function. Currently, due to the short nature of theoretical mechanics courses, allocating time to such theories is fundamentally impossible. This study analyzes the Lyapunov stability of the equilibrium positions of a mechanical system with two degrees of freedom and subject to holonomic stationary restraints, acted upon only by potential forces. A diagram of a specific mechanism with a description of its operation and parameters was presented, and Lagrange equations of the second kind for this mechanism were formulated. To consider various types of mechanism motion, a numerical integration program was developed in the WolframMathematica mathematical package. Using a spatial graph of potential energy and a numerical integration program, a multimedia illustration of the fulfillment of Lyapunov stability conditions in configuration space is presented. During the study, several peculiar trajectories of a point in configuration space were discovered, which require further study.

**Keywords:** Lyapunov stability, small oscillations, configuration space, potential energy, kinetic energy, total mechanical energy

УДК 533.6

## Исследование параметров газодинамики и теплообмена в области отрывного течения сжимаемого газа

Попович Сергей Станиславович<sup>(\*)</sup>

pss@imec.msu.ru

Здитовец Андрей Геннадьевич

Киселев Николай Александрович

Виноградов Юрий Алексеевич

*НИИ механики МГУ, Москва, Россия*

**Аннотация.** При исследовании высокоскоростного аэродинамического нагрева дальнейшее повышение точности определения закономерностей теплоотдачи при обтекании сверхзвуковым потоком поверхностей сложной формы требует тщательного исследования локальных значений равновесной температуры стенки [1]. Проведено исследование динамических (распределение статического давления на стенке, поле скорости) и тепловых (адиабатная температура стенки, коэффициенты восстановления температуры и теплоотдачи) параметров в потоке сжимаемого газа при обтекании плоской стенки и наличии/отсутствии выступа на поверхности. Исследования проводились на аэродинамической установке непрерывного действия. Для определения локальной скорости течения использовался метод PIV.

**Ключевые слова:** адиабатная температура стенки, течение сжимаемого газа, отрывное течение

*Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда  
(грант № 23-19-00096).*

## Investigation of gas dynamics and heat transfer in the region of a separated compressible gas flow

Popovich Sergey Stanislavovich<sup>(\*)</sup>

pss@imec.msu.ru

Zditovets Andrey Gennadievich

Kiselev Nikolay Alexandrovich

Vinogradov Yuri Alekseevich

*Institute of Mechanics of the Lomonosov MSU, Moscow, Russia*

**Abstract.** When studying high-speed aerodynamic heating, further improvement of the accuracy of determining the heat transfer patterns in the supersonic flow over complex-shaped surfaces requires a thorough study of the local values of the equilibrium wall temperature [1]. The investigation is devoted to the definition of the dynamic (static pressure distribution on the wall, velocity field) and thermal (adiabatic wall temperature, temperature recovery factor and heat transfer coefficient) parameters in a compressible gas flow around a flat wall for the cases of presence and absence of a protrusion on the surface. The studies were conducted in a wind tunnel of continuous operation. The PIV method was used to determine the local flow velocity.

**Keywords:** adiabatic wall temperature, compressible gas flow, separated flow

*The work was supported by the Russian Science Foundation (Grant N. 23-19-00096).*

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Popovich S.S., Zditovets A.G., Kiselev N.A., Vinogradov U.A. Experimental study of aerodynamic heating in the region of an incident shock wave boundary layer interaction. *Acta Astronautica*, 2025, vol. 229, pp. 804–813.

УДК 539.3

## Исследование температурного поля и напряженно-деформированного состояния в зоне нагрева при лазерной закалке сталей

Веремейчик Андрей Иванович

vai\_mrtm@bstu.by

Парфиевич Андрей Николаевич

Савчук Сергей Васильевич

Мартынов Алексей Васильевич

Шейко Артем Александрович

*Брестский государственный технический университет, Брест, Беларусь*

**Аннотация.** Проведено исследование температурного поля и напряженно-деформированного состояния стальной прямоугольной пластины при локальном нагреве движущимся с постоянной скоростью по прямолинейной траектории лазерным лучом.

**Ключевые слова:** температурное поле, лазер, напряженно-деформированное состояние, пластина

## Investigation of the temperature field and stress-strain state in the heating zone during laser hardening of steels

Verameichyk Andrey Ivanovich

vai\_mrtm@bstu.by

Parfievich Andrey Nikolaevich

Savchuk Sergey Vasilievich

Martynov Alexey Vasilievich

Sheiko Artem Alexandrovich

*Brest State Technical University, Brest, Belarus*

**Abstract.** The temperature field and stress-strain state of a rectangular steel plate were studied during local heating by a laser beam moving at a constant speed along a straight trajectory.

**Keywords:** temperature field, laser, stress-strain state, plate

### Список источников

- [1] Плазменные и лазерные методы упрочнения деталей машин. Минск, Высшая школа, 1988, 155 с.
- [2] Веремейчик А.И., Нерода М.В. Моделирование процесса лазерной закалки в ANSYS Workbench. Актуальные вопросы машиноведения, 2021, вып. 10, с. 22–26.
- [3] Таблицы физических величин. Справочник. Москва, Атомиздат, 1976, 1008 с.

УДК 524.5

## **Исследование формирования областей высокой плотности в межзвездной среде**

Тагирова Рената Рифовна

tagrrr@bmstu.ru

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Работа посвящена обзору современных исследований межзвездной среды, рассматривающих данные наблюдений в областях звездообразования и оценивающих влияние динамических и физических процессов на формирование сгустков вещества. Распространение ударных волн, развитие гидродинамических и тепловых типов неустойчивости, взаимодействие границ раздела фаз представляют собой ключевые процессы, определяющие самые ранние стадии возникновения неоднородности и последующего уплотнения среды. Продолжающееся сжатие и фрагментация уплотнений дополнительно регулируется излучением звезд, магнитным полем, эффектами самогравитации и турбулентностью среды. Для того чтобы построить актуальные математические модели формирования зон высокой плотности в среде в рамках уравнений газовой динамики с учетом физических процессов требуется анализ данных наблюдений, которых стало значительно больше благодаря появлению космических телескопов нового поколения. Целью настоящей работы является систематизация информации о типах уплотнений в межзвездной среде, которые способствуют звездообразованию, и построение математических моделей их формирования для последующего численных исследований и сопоставлений результатов с наблюдениями.

**Ключевые слова:** межзвездная среда, космическая газовая динамика, звездообразование

## Investigation of the formation of high-density areas in the interstellar medium

Tagirova Renata Rifovna

tagrrr@bmstu.ru

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

We have studied modern studies of the interstellar medium, which include observations of star formation regions and estimate the effects of dynamic and physical processes on the formation of matter condensations (e. g. filaments). The propagation of shock waves, the evolution of hydrodynamic and thermal instabilities, and the interaction of discontinuity interfaces constitute key processes governing the earliest stages of inhomogeneity emergence and the subsequent compression of the medium. The continued collapse and fragmentation of condensations is further regulated by stellar radiative feedback, magnetic fields, self-gravitational effects, and turbulence of the medium. In order to build actual mathematical models of the formation of high-density areas within the framework of the equations of gas dynamical equations augmented by relevant physical processes, requires the analysis observational data, the volume of which has grown substantially owing to the advent of new-generation space telescopes. The objective of the present study is to systematize current knowledge concerning the types of condensations in the interstellar medium that are conducive to star formation, and to formulate mathematical models of their formation for subsequent numerical simulations and quantitative comparison with empirical observations.

**Keywords:** interstellar medium, cosmic gas dynamics, star formation

УДК 629.05

## История развития ориентации и навигации от древнейших времен до начального периода эпохи Возрождения в Средние века

Обносков Константин Борисович

obnosov@bmstu.ru

Паншина Алла Викторовна

panalv@mail.ru

Бондаренко Николай Иванович

bondarenko@bmstu.ru

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** На сегодняшний день получено мало достоверных сведений о зарождении и первых шагах развития навигации. До появления специальных навигационных приборов в основном применялось визуальное ориентирование: на суше и в прибрежных зонах — по характерным элементам рельефа местности, ночью в качестве ориентиров использовались костры, при плавании в открытом море ориентирами служили небесные тела. В работе обсуждаются познания в ориентации и навигации в разных регионах мира от древнейших времен до начального периода эпохи Возрождения в Средние века. Эти знания и практические навыки послужили, в частности, одной из причин развития математики и небесной механики.

**Ключевые слова:** ориентация, навигация, навигационные приборы

## The history of the development of orientation and navigation from ancient times to the early Renaissance in the Middle ages

Obnosov Konstantin Borisovich

obnosov@bmstu.ru

Panshina Alla Viktorovna

panalv@mail.ru

Bondarenko Nikolay Ivanovich

bondarenko@bmstu.ru

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** To date, little reliable information has been received about the origin and the first steps in the development of navigation. Before the advent of special navigation devices, visual orientation was mainly used: on land and in coastal areas, according to the characteristic elements of the terrain, bonfires were used as landmarks at night, and celestial bodies served as landmarks when sailing in the open sea. The paper discusses knowledge of orientation and navigation in different regions of the world from ancient times to the early Renaissance in the middle Ages. This knowledge and practical skills were, in particular, one of the reasons for the development of mathematics and celestial mechanics.

**Keywords:** orientation, navigation, navigation devices

УДК 621.833.5

## Кинематика лабораторного встряхивателя на базе планетарного механизма с некруглыми зубчатыми колесами

Азизов Эдуард Юрьевич

azizoved@gmail.com

Приходько Александр Александрович

*Кубанский государственный технологический университет, Краснодар, Россия*

**Аннотация.** Исследуется кинематика механизма с возвратно-вращательным движением выходного звена, представляющего собой двухрядную планетарную передачу с внутренним зацеплением. Каждая пара зубчатых колес состоит из эллиптического колеса с внешними зубьями, ось вращения которого расположена в фокусе делительного эллипса, и некруглого зубчатого колеса с внутренними зубьями. Построена центроида некруглого колеса из условия равенства скоростей в точке зацепления, при этом за цикл работы механизма эллиптическое зубчатое колесо совершает три оборота вокруг своей оси. Проведен кинематический анализ предложенной планетарной передачи, в результате которого построена функция угла поворота и определены углы качения выходного вала при различных эксцентриситетах эллиптического зубчатого колеса. Предлагаемый механизм может быть использован в составе привода лабораторного встряхивателя с возвратно-вращательным движением пробирок.

**Ключевые слова:** возвратно-вращательное движение, планетарный механизм, кинематический анализ

## Kinematics of a laboratory shaker based on a planetary mechanism with non - circular gears

Azizov Eduard Yuryevich

azizoved@gmail.com

Prikhodko Alexander Alexandrovich

*Kuban State Technological University, Krasnodar, Russia*

**Abstract.** The paper investigates kinematics of a mechanism with a reciprocating rotational motion of the output link, which is a two-row planetary gear with internal gearing. Each pair of gears consists of an elliptical gear with external teeth, the axis of rotation of which is located at the focus of the pitch ellipse, and a non-circular gear with internal teeth. The centroid of a non-circular wheel is constructed from the condition of equality of velocities at the point of engagement, while the elliptical gear makes three revolutions around its axis during the cycle of the mechanism. A kinematic analysis of the proposed planetary gear was carried out, as a result of which the function of the angle of rotation was constructed and the swing angles of the output shaft were determined for various eccentricities of the elliptical gear. The proposed mechanism can be used as part of a drive for a laboratory shaker with a reciprocating rotational movement of test tubes.

**Keywords:** rotationally reciprocating motion, planetary gear, kinematic analysis

УДК 532.5

## **Колебания вязкой несжимаемой стратифицированной жидкости в неподвижном сосуде**

**Чжан Юе**

zhangyue\_hit-bmstu@qq.com

**Темнов Александр Николаевич**

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Исследовано влияние вязкости на собственные частоты малых колебаний несжимаемой стратифицированной жидкости, полностью заполняющей неподвижный сосуд. На основе методов функционального анализа получены общие спектральные свойства для полости произвольной формы, включая расположение собственных чисел и условия существования осцилляторных мод. Для анализа маловязкой жидкости применяется метод пограничного слоя, позволяющий получить поправки первого порядка к частотам и декрементам затухания по времени. Приведены точные и приближенные решения для сосудов в форме прямоугольного и круглого цилиндров, а также эллипсоида вращения. Показано, что стратификация приводит к появлению длительно существующих внутренних волн с малыми декрементами затухания.

**Ключевые слова:** метод пограничного слоя, волновое уравнение Пуанкаре, проблема С.Л. Соболева, стратифицированная жидкость, спектральная задача, вязкость

## Oscillations of a viscous incompressible stratified fluid in stationary containers

Zhang Yue

zhangyue\_hit-bmstu@qq.com

Temnov Alexander Nikolaevich

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** The effect of viscosity on the natural frequencies of small oscillations of an incompressible stratified fluid completely filling a stationary vessel is investigated. Using functional analysis methods, general spectral properties are obtained for a cavity of arbitrary shape, including the location of the eigenvalues and the conditions for the existence of oscillatory modes. A boundary layer method is used to analyze the low-viscosity fluid, allowing for first-order corrections to the frequencies and time-dependent damping factors. Exact and approximate solutions are presented for vessels shaped like rectangular and circular cylinders, as well as an ellipsoid of revolution. It is shown that stratification leads to the appearance of long-lasting internal waves with small damping factors.

**Keywords:** boundary layer method, Poincaré wave equation, S.L. Sobolev problem, stratified fluid, spectral problem, viscosity

### Список источников

- [1] Крейн С.Г. О колебаниях вязкой жидкости в сосуде. *Докл. АН СССР*, 1964, 159, № 2, с. 262–265.
- [2] Вишик М.И., Люстерник Л.А. Регулярное вырождение и пограничный слой для линейных дифференциальных уравнений с малым параметром. *Успехи математических наук*, 1957, т. 12, вып. 5, с. 3–122.
- [3] Chashechkin Y.D., Ochirov A.A. Periodic waves and ligaments on the surface of a viscous exponentially stratified fluid in a uniform gravity field. *Axioms*, 2022, vol. 11(8), art. no. 402. <https://doi.org/10.3390/axioms11080402>

УДК 532.5

## Колебания физического маятника, имеющего цилиндрические полости с перетекающей жидкостью

Дьяченко Мария Ильинична

s\_masyanya@mail.ru

Темнов Александр Николаевич

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

**Аннотация.** Прогресс в освоении космоса и постоянно возрастающая коммерческая деятельность требует от конструкторов современной космической техники создание более надежных средств выведения (СВ) с максимальными энегромассовыми характеристиками. Основными задачами, возникающими при решении этой проблемы, являются задачи, связанные с устойчивостью процесса подачи и перераспределения компонентов жидкого топлива и задачи устойчивости движения самих СВ.

**Ключевые слова:** тело с жидкостью, бак, частично заполненный жидкостью, колебания жидкости, обобщенные координаты, потенциал смещений, перетекающая жидкость

## Oscillations of a physical pendulum containing cylindrical cavities with flowing liquid

Dyachenko Maria Ilyinichna

s\_masyanya@mail.ru

Temnov Alexander Nikolaevich

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

**Abstract.** Progress in space exploration and ever-increasing commercial activity require designers of modern space technology to create more reliable launch vehicles (LV) with maximum energy-mass characteristics. The main challenges arising in solving this problem are those related to the stability of the supply and redistribution of liquid propellant components and the stability of the LV's motion.

**Keywords:** liquid body, partially filled liquid tank, liquid oscillations, generalized coordinates, displacement potential, flowing liquid

### Список источников

- [1] Колесников К.С. *Динамика ракет*. Москва, Машиностроение, 2003, 520 с.
- [2] Биркин И.А. Об эффективности перелива топлива между ракетными ступенями. Актуальные проблемы российской космонавтики. *XXXV Академ. чтения по космонавтике: матер.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011, с. 42–43.
- [3] Кириллов В.В. Исследование колебаний жидкости в неподвижном сосуде с учетом ее вытекания. *Труды МФТИ*, 1960, вып. 5, с. 19–25.

УДК 004.932.2

## Математическая морфология в области обработки изображений

Широбокова Анна Севастьяновна<sup>(\*)</sup>

ianinask@mail.ru

Сидняев Николай Иванович

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Представлена актуальная техническая задача по созданию новых перспективных систем обработки изображений. Предложены теоретические основы математической морфологии и продемонстрирована эффективность ее использования. Предложены различные подходы к решению представленной задачи, в том числе и использование математической морфологии - относительно нового и эффективного способа обработки изображений, основанного на рассмотрении изображения в качестве некоторого множества и применении для его анализа теоретико-множественных операций [1]. Показано, как исходное изображение преобразуют в некоторую математическую модель (множество точек), к которой потом применяются морфологические операции с заданным структурирующим элементом. В математической морфологии алгоритмы просты, и при правильном выборе структурирующего элемента достаточно эффективно достигаются требуемые преобразования изображений.

**Ключевые слова:** математическая морфология, обработка, алгоритм, множество, изображение

## Mathematical morphology in image processing

Shirobokova Anna Sevastyanovna<sup>(\*)</sup>

ianinask@mail.ru

Sidnyaev Nikolay Ivanovich

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** This paper presents a current technical challenge in creating new, advanced image processing systems. The theoretical foundations of mathematical morphology are proposed, and the effectiveness of its application is demonstrated. Various approaches to solving this problem are proposed, including the use of mathematical morphology, a relatively new and effective method of image processing based on considering an image as a set and applying set-theoretic operations to analyze it [1]. It is shown how the original image is transformed into a mathematical model (a set of points), to which morphological operations with a specified structuring element are then applied. In mathematical morphology, the algorithms are simple, and with the correct choice of the structuring element, the required image transformations can be achieved quite effectively.

**Keywords:** mathematical morphology, processing, algorithm, set, image

### Список источников

- [1] Сидняев Н.И. *Статистический анализ и теория планирования эксперимента*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017, 195 с.

УДК 536.2

## Математическое моделирование аварийных режимов, приводящих к накоплению водорода в реакторах БРЕСТ

Окунев Вячеслав Сергеевич

okunevvs@bmstu.ru

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** К середине XXI в. в состав крупномасштабной ядерной энергетики России могут войти реакторы БРЕСТ большой электрической мощности (1,2 ГВт). При высоких температурах (873–1073 К и выше), характерных для некоторых аварийных режимов с отказом аварийной защиты, при контактах свинца и (или) конструкционной стали с перегретым водяным паром второго контура возможны химические реакции с выделением теплоты и водорода. Взрыв водорода возможен при контакте с атмосферным воздухом при повреждении реактора или парогенератора. Это может привести к разрушениям и усугублению аварии. Для исключения такой аварии в качестве геттера водорода во втором контуре можно использовать пероксид водорода.

**Ключевые слова:** быстрый реактор, аварийные режимы, парогенератор, гремучий газ, второй контур, пероксид водорода, свинцовый теплоноситель

## Mathematical modeling of emergency modes leading to hydrogen accumulation in BREST reactors

Okunev Vyacheslav Sergeevich

okunevvs@bmstu.ru

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** By the middle of the 21st century, large-scale nuclear power in Russia may include BREST reactors with high electrical power. At high temperatures (873...1073 K and higher), typical for some emergency modes with failure of emergency protection, chemical reactions with the release of heat and hydrogen are possible when lead and (or) structural steel contacts superheated water vapor of the second circuit. A hydrogen explosion is possible when it contacts atmospheric air when the reactor or steam generator is damaged. This can lead to destruction and aggravation of the accident. To prevent such an accident, hydrogen peroxide can be used as a hydrogen getter in the second circuit.

**Keywords:** fast reactor, emergency modes, steam generator, detonating gas, second circuit, hydrogen peroxide, lead coolant

УДК 530.13

## Маятник Капицы как механический аналог квантового эффекта Зенона

Креопалов Дмитрий Владиславович

dkreopalov@mail.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана. Москва, Россия

**Аннотация.** Дан сравнительный анализ квантового и механического механизмов стабилизации неустойчивых состояний физических систем. Определены общие черты этих механизмов. Отмечено, что стабилизация квантовых систем не требует использования понятия коллапса волновой функции. Для стабилизации как механических, так и квантовых систем достаточно, чтобы частота воздействия была больше некоторой характерной частоты системы. Рассмотрен аналог соотношений неопределенностей энергия — время для механической системы.

**Ключевые слова:** стабилизация, маятник Капицы, квантовый эффект Зенона, соотношение неопределенностей энергия — время

## Kapitsa's pendulum as a mechanical analogue of the quantum Zeno effect

Kreopalov Dmitry Vladislavovich

dkreopalov@mail.ru

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

**Abstract.** A comparative analysis of the quantum and mechanical mechanisms of stabilization of unstable states of physical systems is given. The common features of these mechanisms are identified. It is noted that the stabilization of quantum systems does not require the use of the concept of wave function collapse. To stabilize both mechanical and quantum systems, it is sufficient that the exposure frequency is greater than a certain characteristic frequency of the system. An analogue of the energy–time uncertainty relations for a mechanical system is considered.

**Keywords:** stabilization, Kapitsa's pendulum, quantum Zeno effect, energy–time uncertainty ratio

### Список источников

- [1] Misra B., Sudarshan E.C.G. The Zeno's paradox in quantum theory. *J.Math.Phys.*, 1977, vol. 18, pp. 756–763.
- [2] Креопалов Д.В. Квантовый эффект Зенона — квантовый парадокс. *Необратимые процессы в природе и технике. Всерос. конф.: матер.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2023, т. 1, с. 148–150.
- [3] Itano W.H., Heizen D.J., Bollinger J.J., Wineland D.J. Quantum Zeno effect. *Phys. Rev. A*, 1990, vol. 41, pp. 2295–2300.
- [4] Арнольд В.И. *Обыкновенные дифференциальные уравнения.* Москва, Наука, 1971, 240 с.

УДК 629.786.2

## Метод моделирования динамики процесса раскрытия крупногабаритных трансформируемых космических конструкций

Киселева Евдокия Константиновна

evdokiya.kiseleva12@rsce.ru

Урянский И.А.

ivan.uryanskiy@rsce.ru

Борzych С.В.

sergey.borzykh@rsce.ru

Богомолов Н.В.

nikolay.bogomolov2@rsce.ru

ПАО РКК «Энергия» им. С.П. Королёва, Королёв, Россия

**Аннотация.** Описана математическая модель многофазного процесса раскрытия крупногабаритной трансформируемой конструкции на примере солнечной батареи (СБ) космического аппарата с учетом упругих свойств системы раскрытия и элементов солнечной батареи. Определена картина нагружения элементов СБ, представленная в виде сводных огибающих эпюр сил и моментов

**Ключевые слова:** многофазный процесс раскрытия, солнечные батареи, динамика процесса раскрытия

## Method of simulating the dynamics of the process of opening large - sized transformable space structures

Kiseleva Evdokiya Konstantinovna

evdokiya.kiseleva12@rsce.ru

Uryansky I.A.

ivan.uryanskiy@rsce.ru

Borzykh S.V.

sergey.borzykh@rsce.ru

Bogomolov N.V.

nikolay.bogomolov2@rsce.ru

PJSC Rocket and Space Corporation Energia, Korolev, Russia

**Abstract.** A mathematical model of a multiphase process of opening a large-sized transformable structure is described using the example of a solar battery (SB) of a spacecraft, taking into account the elastic properties of the opening system and elements of the solar battery. The pattern of loading of SB elements with the help of combined envelopes of forces and moments is determined.

**Keywords:** multiphase disclosure process, solar panels, dynamics of disclosure process

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Борzych С.В., Бычков Р.С., Терешина К.В. Анализ возможностей и ограничений наземной экспериментальной отработки процессов трансформации ракетно-космических конструкций *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2022, № 5, с. 102–107. <https://doi.org/10.18698/2308-6033-2022-6-2190>
- [2] Борzych С.В., Левитская Ю.Ю., Щиблев Ю.Н. Подход к моделированию динамики раскрытия крупногабаритных солнечных батарей космического аппарата. *Космическая техника и технологии*, 2019, № 1 (24), с. 95–106.

УДК 531.3

## Методика проведения курсовой работы в МГТУ им. Н.Э. Баумана

**Обносов Константин Борисович**

obnosov@bmstu.ru

SPIN-код: 1460-1605

**Паншина Алла Викторовна**

panshina@bmstu.ru

SPIN-код: 4512-1189

**Бондаренко Николай Иванович**

bondarenko@bmstu.ru

SPIN-код: 8216-5574

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Теоретическая механика является фундаментом для студентов-бакалавров кафедры теоретической механики МГТУ им. Н.Э. Баумана. Чтобы этот фундамент был прочным, а также для контроля усвоения учащимися основных положений, уравнений, законов и теорем курса в пятом семестре предусмотрено выполнение курсовой работы. Перед высшей школой в настоящее время ставится задача: обеспечить подготовку специалистов, обладающих основательными теоретическими знаниями и практическими навыками, обеспечить компьютерную грамотность. Это требует от студентов умения перехода от представления механического движения объекта к его формально-математическому описанию и проведение качественного и численного исследования принятой модели. Реализация этих идей составляет суть методики проведения курсовой работы в МГТУ им. Н.Э. Баумана.

**Ключевые слова:** контроль усвоения знаний, курсовая работа

## Methodology for conducting coursework at Bauman Moscow State Technical University

Obnosov Konstantin Borisovich

obnosov@bmstu.ru  
SPIN-code: 1460-1605

Panshina Alla Viktorovna

panshina@bmstu.ru  
SPIN-code: 4512-1189

Bondarenko Nikolay Ivanovich

bondarenko@bmstu.ru  
SPIN-code: 8216-5574

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** Theoretical mechanics is the foundation for undergraduate students of the Department of Theoretical Mechanics of the Bauman Moscow State Technical University. To ensure that this foundation is solid, as well as to control students' assimilation of the basic principles, equations, laws and theorems of the course, the fifth semester provides for the completion of coursework. The university currently has a task: to provide training for specialists with solid theoretical knowledge and practical skills, to ensure computer literacy. This requires students to be able to move from representing the mechanical motion of an object to its formal mathematical description and conduct a qualitative and numerical study of the accepted model. The implementation of these ideas is the essence of the methodology for conducting coursework at the Bauman Moscow State Technical University.

**Keywords:** knowledge acquisition control, coursework

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Обносов К.Б., Гизатулина Г.С., Роганова Т.И. *Теоретическая механика. Методические указания к выполнению курсовой работы*. Балашиха, ВА РВСН им. Петра Великого, 2018, 77 с.

УДК 531.3

## Методический подход к решению прикладных задач роторной динамики

Манчев Эдуард Иванович<sup>(\*)</sup>

mancheve@mpei.ru

Куменко Александр Иванович

НИУ «МЭИ», Москва, Россия

**Аннотация.** Рассмотрены основные задачи в расчетах динамики роторов. Описано применение классических и современных методик, предполагающих поэтапное решение задач гидравлики, гидродинамики и роторной динамики. Выходными параметрами являются коэффициенты жесткости и демпфирования щелевых уплотнений и масляных подшипников. Целью расчетов является вычисление критических частот и построение Диаграммы Кэмпбелла с использованием современных программных комплексов.

**Ключевые слова:** роторная динамика, динамические коэффициенты

## A methodological approach to solving applied problems of rotor dynamics

Manchev Eduard Ivanovich<sup>(\*)</sup>

mancheve@mpei.ru

Kumenko Alexander Ivanovich

National Research University Moscow Power Engineering Institute, Moscow, Russia

**Abstract.** This article examines the key challenges in rotor dynamics calculations. It describes the application of classical and modern methods, which involve a step-by-step solution to problems in hydraulics, hydrodynamics, and rotor dynamics. The output parameters are the stiffness and damping coefficients of gap seals and oil bearings. The purpose of the calculations is to calculate critical frequencies and construct the Campbell diagram using modern software.

**Keywords:** rotordynamics, dynamic coefficients

### Список источников

- [1] Костюк А.Г. *Динамика и прочность турбомашин*. Москва, Изд-во МЭИ, 2007, 476 с.
- [2] Chen W.J., Gunter E.J. *Dynamics of rotor-bearing systems*. Victoria, Trafford Publishing, 2010.

УДК 537.2

## Механико-гидравлические аналогии при изучении теоремы о циркуляции в электростатике и магнитостатике

Веретимус Диана Константиновна<sup>(\*)</sup>  
Веретимус Надежда Константиновна

dkveretimus@bmstu.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

**Аннотация.** Показано, что применение механико-гидравлических ассоциаций при изучении электростатики и магнитостатики позволяет сформулировать теорему о циркуляции вектора напряженности и раскрыть физический смысл ее интегральной и дифференциальной форм, что существенно облегчает восприятие студентами этого раздела физики.

**Ключевые слова:** теорема о циркуляции, электростатика, магнитостатика, поле

## Mechanical and hydraulic analogies in the study of the circulation theorem in electrostatics and magnetostatics

Veretimus Diana Konstantinovna<sup>(\*)</sup>  
Veretimus Nadezhda Konstantinovna

dkveretimus@bmstu.ru

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

**Abstract.** It is shown that the use of mechanical-hydraulic associations in the study of electrostatics and magnetostatics allows us to formulate a theorem on the circulation of the field strength vector and reveal the physical meaning of its integral and differential forms, which significantly facilitates students' understanding of this section of physics.

**Keywords:** circulation theorem, electrostatics, magnetostatics, field

### Список источников

- [1] Веретимус Д.К., Веретимус Н.К. *Основы электростатики и магнитостатики. Модуль 3.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2021, 169 с.

УДК 537.8

## Механико - гидравлические ассоциации при изучении явления электромагнитной индукции

Веретимус Диана Константиновна<sup>(\*)</sup>

dkveretimus@bmstu.ru

Веретимус Надежда Константиновна

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Показано, что использование механико-гидравлических аналогий при анализе изменения потока вектора магнитной индукции через поверхность позволяет пояснить решение задач на электромагнитную индукцию, в частности наглядно проиллюстрировать применение правила Ленца в задачах курса физики.

**Ключевые слова:** аналогия, поток, электромагнитная индукция, физика

## Mechanical and hydraulic associations in the study of electromagnetic induction

Veretimus Diana Konstantinovna<sup>(\*)</sup>

dkveretimus@bmstu.ru

Veretimus Nadezhda Konstantinovna

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** It is shown that the use of mechanical and hydraulic analogies in analyzing the change in the magnetic induction vector flux through a surface allows for the explanation of the solution of problems on electromagnetic induction, in particular, the visual illustration of the application of Lenz's rule in physics problems.

**Keywords:** analogy, flow, electromagnetic induction, physics

### Список источников

- [1] Веретимус Д.К., Веретимус Н.К. *Основы электростатики и магнитостатики. Модуль 3.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2021, 169 с.

УДК 521.1

## Уравнение между резонансами среднего движения трех тел и дрейфами ярковского при эксцентриситетах в диапазоне (0,2; 0,3)

Милич Житник Ивана<sup>(\*)</sup>

ivana@aob.rs

*Астрономическая обсерватория, Белград, Республика Сербия*

**Аннотация.** Изучено движение астероидов через резонансы среднего движения трех тел с Юпитером и Сатурном и со скоростью дрейфа Ярковского на большой полуоси астероидов. Исследование было проведено с помощью численного интегрирования, выполненного с помощью интегратора Orbit9 для 72 000 тестовых астероидов. Рассчитаны временные задержки,  $dtr$ , вызванные 6 резонансами трех тел на движение тестовых астероидов с 10 положительными и 10 отрицательными скоростями дрейфа Ярковского, которые являются достоверными для астероидов Главного Пояса. Представлены уравнения, которые приблизительно описывают функциональную связь между средним временем, проведенным в резонансе, силой резонанса и дрейфами большой полуоси (положительными и отрицательными) с эксцентриситетами орбит астероидов в диапазоне (0,2; 0,3).

**Ключевые слова:** численные методы, небесная механика, малые планеты, астероиды, эффект Ярковского

## The equation between 3 - body mean motion resonances and Yarkovsky drifts on eccentricities in the range (0.2, 0.3)

Milić Žitnik I.<sup>(\*)</sup>

ivana@aob.rs

*Astronomical Observatory, Belgrade, Republic of Serbia*

**Abstract.** We studied the motion of asteroids across the 3-body mean motion resonances with Jupiter and Saturn and with the Yarkovsky drift speed in the semimajor axis of the asteroids. The research was conducted using numerical integrations performed using the Orbit9 integrator with 72000 test asteroids. We calculated time delays,  $dtr$ , caused by the six 3-body resonances on the mobility of test asteroids with 10 positive and 10 negative Yarkovsky drift speeds, which are reliable for Main Belt asteroids. We devised equations that approximately describe the functional relation between the average time spent in the resonance, the strength of the resonance, and the semimajor axis drifts (positive and negative) with the orbital eccentricities of asteroids in the range (0.2, 0.3).

**Keywords:** numerical methods, celestial mechanics, minor planets, asteroids, Yarkovski effect

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Milić Žitnik I. The specific property of motion of resonant asteroids with very slow Yarkovsky drift speeds. *MNRAS*, 2019, vol. 486, pp. 2435–2439.

УДК 629.782

## Геометрический алгоритм управления для встречи в пространстве ориентаций $SO(3)$

Мисюра Наталья Евгеньевна

misyura@mail.ru

Митюшов Евгений Александрович

*УрФУ, Екатеринбург, Россия*

**Аннотация.** Предложен геометрический алгоритм решения задачи встречи двух объектов в пространстве ориентаций  $SO(3)$ . Точка встречи определяется как середина геодезической — кратчайшего пути между начальными ориентациями. Движение по геодезической параметризуется циклоидальным законом, обеспечивающим плавные профили угловой скорости с нулевыми значениями на границах интервала. Алгоритм реализован на основе кватернионного представления ориентаций и протестирован численно. Показано, что встреча в  $SO(3)$  всегда представляет собой поворот вокруг фиксированной оси, что обеспечивает оптимальность и симметричность решения.

**Ключевые слова:** пространство ориентаций  $SO(3)$ , геометрическое управление, кватернионы, геодезические траектории, циклоидальная параметризация

## Geometric control algorithm for rendezvous in orientation space $SO(3)$

Misyura Natalia Evgenievna

misyura@mail.ru

Mityushov Evgeny Aleksandrovich

Ural Federal University, Yekaterinburg, Russia

**Abstract.** A geometric algorithm for solving the rendezvous problem of two objects in the orientation space  $SO(3)$  is proposed. The meeting point is defined as the midpoint of the geodesic — the shortest path between initial orientations. Motion along the geodesic is parameterized by a cycloidal law providing smooth angular velocity profiles with zero values at the interval boundaries. The algorithm is implemented based on the quaternion representation of orientations and tested numerically. It is shown that rendezvous in  $SO(3)$  always represents a rotation around a fixed axis, which ensures the optimality and symmetry of the solution.

**Keywords:** orientation space  $SO(3)$ , geometric control, quaternions, geodesic trajectories, cycloidal parametrization

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Murray R.M., Li Z., Sastry S.S. *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*. CRC Press, 1994, 456 p.
- [2] Bullo F., Lewis A.D. *Geometric Control of Mechanical Systems*. Springer, 2004, 726 p.
- [3] Shuster M.D. A Survey of Attitude Representations. *Journal of the Astronautical Sciences*, 1993, vol. 41, pp. 439–517.
- [4] Shoemake K. Animating Rotation with Quaternion Curves. *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, 1985, vol. 19, no. 3, pp. 245–254.
- [5] Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. *Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела*. Москва, Наука, 1973, 320 с.

УДК 521.93

## Могут ли данные GRACE и GFO объяснить аномалии во вращении Земли последних десятилетий

Зотов Леонид Валентинович<sup>1,2(\*)</sup>

wolftempus@gmail.com

Сидоренков Николай Сергеевич<sup>3</sup><sup>1</sup> ГАИШ им. П.К. Штернберга МГУ, Москва, Россия<sup>2</sup> МИЭМ НИУ ВШЭ, Москва, Россия<sup>3</sup> Гидрометцентр РФ, Москва, Россия

**Аннотация.** В 2024 г. наблюдался глубочайший минимум длительности суток (LOD) за последние ~80 лет (–1,57 мс). В начале 2020-х также наблюдалось исчезновение Чандлеровского движения полюса (ЧДП) и свободной нутации ядра (СНЯ). Некоторые ученые связывают это с глобальным потеплением. Гравиметрические миссии GRACE и GRACE-FO ведут мониторинг перераспределений масс на Земле в течение уже более чем 20 лет и могут дать ответ на вопрос, до какой степени компонента массы ответственна за текущие аномалии во вращении Земли. Мы обратились к этим проблемам в аспекте возможных взаимосвязей между климатом и вращением планеты. Так изменение сжатия Земли C20 может объяснить лишь 0,1 мс замедления вращения Земли. Тренды в коэффициентах гравитационного поля C21, S21 хорошо согласуются с трендами движения полюса. А вот исчезновение ЧДП и СНЯ они объяснить не в состоянии.

**Ключевые слова:** вращение Земли, LOD, движение полюса, климатические изменения

## Could GRACE and GFO data explain anomalies of the Earth rotation in recent decades

Zotov Leonid Valentinovich<sup>1,2(\*)</sup>

wolftempus@gmail.com

Sidorenkov Nikolay Sergeevich<sup>3</sup>

<sup>1</sup> SAI MSU, Moscow, Russia

<sup>2</sup> MIEM NRU HSE, Moscow, Russia

<sup>3</sup> Hydrometcenter of Russia, Moscow, Russia

**Abstract.** In 2024, the deepest length of day (LOD) minimum in approximately 80 years (–1.57 ms) was observed. In the early 2020s, the disappearance of the Chandler polar motion (CPP) and free core nutation (FCN) was also observed. Some scientists associate this with global warming. The GRACE and GRACE-FO gravimetric missions have been monitoring mass redistributions on Earth for over 20 years and can answer the question of the extent to which the mass component is responsible for current anomalies in Earth's rotation. We addressed these issues in the context of possible relationships between climate and planetary rotation. Thus, the change in Earth's oblateness C20 can explain only 0.1 ms of the slowing of Earth's rotation. Trends in the C21 and S21 gravity field coefficients are consistent with trends in polar motion. However, they are unable to explain the disappearance of the CPP and FCN.

**Keywords:** Earth rotation, LOD, polar motion, climate changes

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Zotov L., Bizouard Ch., Shum C.K., Zhang Ch., Sidorenkov N., Yushkin V. Analysis of Earth's Polar Motion and Length of Day Trends in Comparison with Estimates Using Second Degree Stokes Coefficients from Satellite Gravimetry. *Advances in Space Research*, 2022, no. 69, pp. 308–318. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2021.09.010>
- [2] Zotov L., Sidorenkov N., Bizouard Ch. Anomalies of the Chandler Wobble in 2010s. *Moscow University Physics Bulletin*, 2022, vol. 77, no. 3, pp. 55–58. <https://doi.org/10.3103/s0027134922030134>
- [3] Сидоренков Н.С. *Атмосферные процессы и вращение Земли*. Санкт-Петербург, Гидрометеиздат, 2002.
- [4] Zotov L., Sidorenkov N., Bizouard Ch., Kosterov A. Earth rotation variations and the Moon apsidal-nodal effects. *Problems of Geocosmos*. Springer Proceedings in Earth and Environmental Sciences. Springer, Cham, 2025. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-92928-1\\_21](https://doi.org/10.1007/978-3-031-92928-1_21)
- [5] Зотов Л. *Вращение Земли и климатические процессы*. Москва, МИЭМ ВШЭ, 2022.

УДК 533.6

## Моделирование 3D-динамики сбрасываемой транспортной капсулы

Лобанов Михаил Валерьевич<sup>(\*)</sup>

MikkerGo@yandex.ru

Беличенко Михаил Валериевич

МАИ, Москва, Россия

**Аннотация.** Рассмотрено движение сбрасываемой с летательного аппарата капсулы в трехмерном пространстве под действием силы тяжести и сил аэродинамического сопротивления. Для спроектированной капсулы определены аэродинамические характеристики в зависимости от скорости набегающего потока воздуха и угла атаки. Проведено моделирование двигателей тормозной системы, подобраны их параметры для обеспечения посадки с вертикальной скоростью, не превышающей заданный предел. Оценена погрешность работы полученной системы при нештатных эксплуатационных ситуациях

**Ключевые слова:** сбрасываемая капсула, аэродинамика, 3D-динамика, устойчивость полета, снабжение

## Air-dropped transport capsule 3D-dynamics modelling

Lobanov Mikhail Valerievich<sup>(\*)</sup>

MikkerGo@yandex.ru

Belichenko Mikhail Valerievich

Moscow Aviation Institute, Moscow, Russia

**Abstract.** The motion of a capsule ejected from an aircraft in three-dimensional space under the influence of gravity and aerodynamic drag forces is considered. The aerodynamic characteristics of the designed capsule are determined depending on the incoming airflow velocity and angle of attack. The braking system engines are modeled, and their parameters are selected to ensure landing with a vertical speed not exceeding a specified limit. The operational error of the resulting system in emergency operating situations is assessed.

**Keywords:** air-dropped capsule, aerodynamics, 3d-dynamics, flight stability, supply

### Список источников

- [1] Бурого С.Г. *Аэродинамика летательных аппаратов*. Москва, РУСАЙНС, 2020, 174 с.
- [2] Пронин В.Ф., Жигановская Д.В., Цветков В.А. *Введение в расчетную платформу Ansys Workbench: Лабораторные работы. Часть 1*. Санкт-Петербург, Университет ИТМО, 2019, 46 с.
- [3] Пирумов У.Г. *Численные методы*. Москва, Юрайт, 2014, 421 с.

УДК 629.5

## Моделирование динамики беспилотного плавающего аппарата

Бутырин Иван Алексеевич<sup>(\*)</sup>

vanya.1.butyrin@gmail.com

Беличенко Михаил Валериевич

МАИ, Москва, Россия

**Аннотация.** Рассмотрено пространственное движение плавающего беспилотного аппарата (ПБА) в водной среде. Учитываются силы тяжести, выталкивающая сила Архимеда и гидродинамическое сопротивление. Особое внимание уделено моделированию силы Архимеда. Вычисление этой силы занимает значительное время, что затрудняет построение программы моделирования динамики аппарата. Для решения этой проблемы она представлена в виде таблицы значений силы и координат точки ее приложения в зависимости от глубины погружения и ориентации тела. Проведено моделирование и визуализация движения аппарата, а также рассмотрена задача об управлении его движением.

**Ключевые слова:** плавающий беспилотный аппарат, численное моделирование, выталкивающая сила, кватернионы, трехлинейная интерполяция

## Simulation of the dynamics of an unmanned floating vehicle

Butyrin Ivan Alekseevich<sup>(\*)</sup>

vanya.1.butyrin@gmail.com

Belichenko Mikhail Valerievich

Moscow Aviation Institute, Moscow, Russia

**Abstract.** The spatial motion of a floating unmanned vehicle (UUV) in an aquatic environment is considered. Gravity, the buoyant force, and hydrodynamic drag are taken into account. Particular attention is paid to modeling the UUV's force. Calculating this force is time-consuming, complicating the development of a program to simulate the vehicle's dynamics. To address this issue, the program is presented as a table of force values and the coordinates of its application point, depending on the immersion depth and body orientation. The vehicle's motion is modeled and visualized, and the problem of controlling its motion is considered.

**Keywords:** unmanned floating vehicle, numerical modeling, buoyant force, quaternions, trilinear interpolation

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Васильев А.Н. Программирование на Python в примерах и задачах. Москва, Эксмо, 2021, 616 с.
- [2] Куропатенко В.Ф., Шестаковская Е.С. Основы численных методов механики сплошной среды. Челябинск, ЮУрГУ, 2017, 257 с.

УДК 532.5

## Моделирование механического аналога (сферического маятника) немалых движений двухслойной жидкости

Вин Ко Ко<sup>1,2(\*)</sup>

win.c.latt@gmail.com

Темнов Александр Николаевич<sup>1</sup>Ануфриенко Вадим Юрьевич<sup>1</sup><sup>1</sup> МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия<sup>2</sup> СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

**Аннотация.** Рассмотрено движение сферического физического маятника, представляющего собой две точечные массы, соединенные невесомым стержнем, закрепленного в некоторой точке при помощи сферического шарнира. В случае немалых движений двух несмешивающихся жидкостей, заполняющих полностью полость твердого тела, рассматриваемый физический маятник является хорошей моделью для демонстрации немалых колебаний поверхности раздела. Описан процесс построения математических моделей сферического маятника в сферической системе координат как для математического, так и для физического случая. В каждом случае численное моделирование систем реализуется явным одношаговым методом Рунге — Кутты 4-го порядка.

**Ключевые слова:** сферический маятник, несмешивающиеся жидкости, механический аналог, численное моделирование, метод Рунге — Кутты

## Modeling a mechanical analogue (spherical pendulum) of large-scale motions of a two-layer fluid

Win Ko Ko<sup>1,2(\*)</sup>

win.c.latt@gmail.com

Temnov Alexander Nikolaevich<sup>1</sup>

Anufrienko Vadim Yuryevich<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

<sup>2</sup> SPbPU, Saint Petersburg, Russia

**Abstract.** The motion of a spherical physical pendulum, consisting of two point masses connected by a massless rod, is considered. The pendulum is fixed at a certain point with a spherical hinge. In the case of large-scale motions of two immiscible fluids completely filling a solid cavity, the physical pendulum under consideration provides a suitable model for demonstrating large-scale oscillations of the interface. The process of constructing mathematical models of a spherical pendulum in a spherical coordinate system is described for both the mathematical and physical cases. In each case, the numerical simulation of the systems is implemented using an explicit single-step fourth-order Runge-Kutta method.

**Keywords:** spherical pendulum, immiscible fluids, mechanical analog, numerical modeling, Runge-Kutta method

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Заика В.В., Масленников А.Л. Математическое моделирование однозвенного сферического маятника в сферической системе координат. *Политехнический молодежный журнал*, 2019, № 9 (38). <http://doi.org/10.18698/2541-8009-2019-9-522>
- [2] Вин Ко Ко, Темнов А.Н. Колебания дискретно-стратифицированных жидкостей в цилиндрическом сосуде и их механические аналоги. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2016, № 3, с. 57–69.

УДК 620.17

## Моделирование процесса индентирования для создания базы механических свойств материалов

**Боровкова Татьяна Владимировна**

borovkovatv@bmstu.ru

**Мурашов Михаил Владимирович**

murashov@bmstu.ru

**Григорьев Арсений Романович**

grigorev.ar@bmstu.ru

**Паротькина Мария Алексеевна**

parotkinama@bmstu.ru

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Описана разработка конечно-элементной модели системы «индентор-образец» с учетом вязкоупругого поведения. Результаты моделирования сопоставлены с данными эксперимента для выявления механических свойств материала.

**Ключевые слова:** конечно-элементная модель, база данных, моделирование

## Modeling the indentation process for the creation of basic mechanical materials

**Borovkova Tatyana Vladimirovna**

borovkovatv@bmstu.ru

**Murashov Mikhail Vladimirovich**

murashov@bmstu.ru

**Grigoryev Arseniy Romanovich**

grigorev.ar@bmstu.ru

**Parotkina Maria Alekseevna**

parotkinama@bmstu.ru

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** The development of a finite element model of an indenter-sample system taking into account viscoelastic behavior is described. The modeling results are compared with experimental data to identify the mechanical properties of the material.

**Keywords:** finite element model, database, modeling

### Список источников

- [1] Мурашов М.В. Численное моделирование термомеханического контакта упрочненных шероховатых поверхностей. Дис. ... д-ра техн. наук. Москва, 2020, 324 с.
- [2] Выдрин А.В., Красиков А.В., Корсаков А.А., Гейм Е.А. Функциональные свойства сопротивления пластической деформации стали 12Х18Н10Т. Известия вузов. Черная металлургия, 2024, № 67 (6), с. 665–670. <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2024-6-665-670>

УДК 539.3

## **Моделирование процесса пробивки отверстия в листовом металле**

**Веремейчик Андрей Иванович**

vai\_mrtm@bstu.by

*Брестский государственный технический университет, Брест, Беларусь*

**Аннотация.** В среде Ansys Workbench проведено моделирование процесса пробивки отверстия цилиндрическим пуансоном в стальном листе.

**Ключевые слова:** пуансон, пробивка, напряженно-деформированное состояние, сила, время, лист

## **Modeling of the process of punching a hole in sheet metal**

**Verameichyk Andrey Ivanovich**

vai\_mrtm@bstu.by

*Brest State Technical University, Brest, Belarus*

**Abstract.** In the ANSYS Workbench environment, the process of punching a hole with a cylindrical punch in a steel sheet was simulated.

**Keywords:** punch, punching, stress-strain state, force, time, sheet

УДК 536.2

## Моделирование распространения температурного поля в одномерной квазипериодической градиентной среде

Ершов Глеб Андреевич

Кочикина Лада Вячеславовна

Филатов Владимир Викторович<sup>(\*)</sup>

vvfilatov@bmstu.ru

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Проведено конечноразностное моделирование распространения тепловых потоков в одномерной квазипериодической градиентной среде, «период» которой линейно возрастает от поверхности вглубь. Исследована зависимость эффективной скорости распространения теплового возмущения от величины градиентности. Полученные результаты могут быть использованы для создания новых теплозащитных покрытий, в том числе для использования в микропроцессорах, выполненных по нанометровой технологии.

**Ключевые слова:** квазикристалл, градиентность, тепловая защита, конечноразностное моделирование, наноэлектроника

## Modeling the propagation of a temperature field in a one-dimensional quasi-periodic gradient material

Ershov Gleb Andreevich

Kochikina Lada Vyacheslavovna

Filatov Vladimir Viktorovich<sup>(\*)</sup>

vvfilatov@bmstu.ru

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** Finite-difference modeling of heat flux propagation in a one-dimensional quasi-periodic gradient material, the period of which increases linearly from the surface to the depth, was described. The dependence of the effective propagation velocity of a thermal disturbance on the gradient value was investigated. The obtained results can be used to create new thermal protection coatings, including for use in microprocessors manufactured using nanometer technology.

**Keywords:** quasicrystal, gradient, thermal protection, finite-difference modeling, nanoelectronics

УДК 531.3

## Моделирование решения задачи управления динамикой системы твердых тел

Мухарлямов Роберт Гарабшевич<sup>1</sup>

robgar@mail.ru

Абдулай Коффи<sup>2</sup>

1042245182@pfur.ru

<sup>1</sup> Институт физических исследований и технологий, Москва, Россия

<sup>2</sup> Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

**Аннотация.** Работа посвящена разработке метода моделирования динамики системы твердых тел применительно к станкам штамповочной и вертикально-сверлильной группы. Исследуется решение задачи управления упругой системой станка. Излагается способ построения уравнений динамики и алгоритм управления системой с программными связями.

**Ключевые слова:** система, станок, управление, динамика, метод стабилизации, программные связи

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ, проект № 25-21-00153.*

## Modeling the solution to the problem of controlling the rigid bodies dynamics system

Mukharlyamov Robert Garabshevich<sup>1</sup>

robgar@mail.ru

Abdoulay Koffi<sup>2</sup>

1042245182@pfur.ru

<sup>1</sup> *Institute of Physical Research and Technologies, Moscow, Russia*

<sup>2</sup> *RUDN, Moscow, Russia*

**Abstract.** This paper is devoted to developing a method for modeling the dynamics of a rigid body system applicable to stamping and vertical drilling machines. A solution to the control problem of the machine's elastic system is investigated. A method for constructing dynamic equations and an algorithm for controlling a system with program constraint are presented.

**Keywords:** control, dynamics, differential-algebraic equations, stabilization method, program constraint

*This work was supported by the Russian Science Foundation № 25-21-00153.*

### Список источников

- [1] Борисов А.В., Каспирович И.Е., Мухарлямов Р.Г. О математическом моделировании динамики многозвенных систем и экзоскелетов. *Известия РАН. Теория и системы управления*, 2021, № 5, с. 162–176.
- [2] Layton R.A. *Principles of Analytical System Dynamics*. N.-Y., Springer, 1998, 158 p.
- [3] Mukharlyamov R.G. On the Construction of Differential Equations of Systems with Program Constraints. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 2024, vol. 45, no. 11, pp. 5649–5657.
- [4] Блинов А.О., Борисов А.В., Кончина Л.В., Маслова К.С. Математическое моделирование электромеханической модели экзоскелета с тремя активными управляемыми звеньями. *Прикладная информатика*, 2023, № 5, с. 120–132.

УДК 539.31

## Моделирование сближения элементов промежуточного слоя в поле контактных напряжений

Макиева Элина Игоревна

ell96makieva@gmail.com

МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

**Аннотация.** При контакте деформируемых тел с трением их поверхности нередко претерпевают хрупкое разрушение, и между телами возникает слой из выколотых элементов. Эволюция структуры слоя сказывается на скорости изнашивания тел, ее изучение может быть полезно для проектирования режимов обработки материалов. Рассмотрена задача о взаимодействии соседних элементов слоя, определяемом напряженно-деформированным состоянием в их окрестности, и исследуются механизмы их самоорганизации.

**Ключевые слова:** трение, промежуточный слой, перемещение, микропроскальзывание, сухое трение, связи, сингулярные возмущения

## Modeling the approach of intermediate layer elements in a contact stress field

Makieva Elina Igorevna

ell96makieva@gmail.com

Lomonosov MSU, Moscow, Russia

**Abstract.** When deformable bodies come into contact with friction, their surfaces often undergo brittle fracture, and a layer of broken-off elements forms between the bodies. The evolution of the layer structure affects the wear rate of the bodies, and studying it can be useful for designing material processing regimes. The problem of the interaction of adjacent layer elements, determined by the stress-strain state in their vicinity, is considered, and the mechanisms of their self-organization are explored.

**Keywords:** friction, intermediate layer, displacement, micro-slip, dry friction, bonds, singular perturbations

## Список источников

- [1] Влахова А.В. *Математические модели движения колесных аппаратов*. Москва, АНО ИКИ, 2014, 148 с.
- [2] Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М. Моделирование механизма движений в промежуточном слое между контактирующими телами при сдвиге со сжатием. *Известия РАН*, 2016, № 3, с. 55–70.

УДК 541.18

## Модификация закона трения в коллоидной среде

Сергеев Михаил Николаевич

mihail\_sergeev@mail.ru

*РГАТУ имени П.А. Соловьева, Рыбинск, Россия*

**Аннотация.** Рассмотрена коллоидная система. К таким системам относятся магнитные наножидкости, биологические жидкости, золи, гели, суспензии и т. д. Исследование таких систем является актуальным. Для коллоидов в некоторых случаях выполняется степенной закон трения. Предложено модифицировать данный закон, используя градиент скорости в безразмерном виде.

**Ключевые слова:** скорость, напряжение трения, вязкость, реология, коллоид

## Modification of the law of friction in a colloidal medium

Sergeev Mikhail Nikolaevich

mihail\_sergeev@mail.ru

*Rybinsk State Aviation Technical University, Rybinsk, Russia*

**Abstract.** The paper considers a colloidal system. Such systems include magnetic nanofluids, biological fluids, sols, gels, suspensions, etc. The study of such systems is relevant. In some cases, the power law of friction is valid for colloids. In this paper, it is proposed to modify this law using the velocity gradient in a dimensionless form.

**Keywords:** velocity, friction stress, viscosity, rheology, colloid

УДК 521.135

## Новые периодические решения в треугольной точке либрации ограниченной задачи трех тел

Леявин Сергей Никитович

lel@internets.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

**Аннотация.** Найдены необходимые условия устойчивости новых пространственных периодических решений в задаче о вращении твердого тела в треугольной точке либрации ограниченной задачи трех тел. Проведен численный анализ условий устойчивости периодических решений.

**Ключевые слова:** условия устойчивости, точки либрации, ограниченная задача трех тел, гамильтоновы системы, теория периодических решений Пуанкаре

## New periodic solutions at the triangular libration point of the bounded three-body problem

Lelyavin Sergey Nikitovich

lel@internets.ru

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

**Abstract.** In the work, the necessary conditions for the stability of new spatial periodic solutions were found in the problem of the rotation of a solid in a triangular libration point of a limited problem of three bodies. A numerical analysis of the stability conditions of periodic solutions is carried out.

**Keywords:** stability conditions, libration points, bounded three-body problem, Hamiltonian systems, Poincaré theory of periodic solutions

### Список источников

- [1] Баркин Ю.В. Вычисление характеристических показателей периодических решений Пуанкаре и устойчивость вращательных движений небесных тел по законам Кассини. *Письма в Астрономический журнал*, 1979, т. 5, № 2, с. 100–106.

УДК 531

## Учебно-исследовательская работа студентов по теоретической и прикладной механике «Прогнозирование возможных типов траекторий относительного движения связанных космических объектов»

Купреев Сергей Алексеевич<sup>1(\*)</sup>

2svr@mail.ru

Ручинский Владимир Станиславович<sup>2</sup><sup>1</sup> Российский университет дружбы народов, Москва, Россия<sup>2</sup> МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

**Аннотация.** Изучение динамических систем, связанных с космическими тросовыми системами, представляет собой важный аспект в области космической техники. Комбинированное управление относительным движением тросового объекта в трех подвижных плоскостях, связанных с орбитальной станцией, позволяет реализовать различные режимы движения, что открывает новые возможности маневрирования и стабилизации в космическом пространстве.

**Ключевые слова:** космическая тросовая система, режимы относительного движения, комбинированные методы управления, обслуживание на орбите, сборка крупногабаритных конструкций, сбор космического мусора

## Student research project in theoretical mechanics “Predicting Possible Types of Trajectories for the Relative Motion of Associated Space Objects”

Kupreev Sergey Alekseevich<sup>1(\*)</sup>

2svr@mail.ru

Ruchinskiy Vladimir Stanislavovich<sup>2</sup><sup>1</sup> RUDN, Moscow, Russia<sup>2</sup> Lomonosov MSU, Moscow, Russia

**Abstract.** The study of dynamic systems related to space cable systems is an important aspect of space technology. The combined control of the relative motion of a cable object in three moving planes associated with an orbital station allows for various motion modes, opening up new possibilities for maneuvering and stabilization in outer space.

**Keywords:** space tether system, relative motion modes, combined control methods, in-orbit servicing, assembly of large-sized structures, collection of space debris

### Список источников

- [1] Иванов В.А., Купреев С.А., Ручинский В.С. *Разработка и исследование математических моделей движения связанных космических объектов при испытании летательных аппаратов и спуске с орбиты на Землю.* Хабаровск, ХГТУ, 2001, 72 с.
- [2] Иванов В.А., Купреев С.А., Ручинский В.С. *Космические тросовые системы.* Москва, Альфа-М, 2014, 208 с.

УДК 539.375

## Нелокальный критерий роста трещин с концевой областью

Перельмутер Михаил Натанович

perelm@ipmnet.ru

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

**Аннотация.** Предложен нелокальный критерий квазистатического роста трещин с концевой областью, включающий два условия: 1) необходимое энергетическое условие предельного равновесия вершины трещины (равенство скоростей высвобождения энергии деформации и потребления энергии деформации связями в концевой области трещины); 2) достаточное условие предельного растяжения связи на заднем крае концевой области трещины.

**Ключевые слова:** трещина, концевая область, нелокальный критерий

## Nonlocal crack growth criterion with bridged zone

Perelmutter Mikhail Natanovich

perelm@ipmnet.ru

Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russia

**Abstract.** The nonlocal criterion for quasistatic cracks growth with bridged zone is proposed. It includes two conditions: 1) the necessary energy condition for the crack tip limit equilibrium (equality of the rates of strain energy release and strain energy consumption by bonds in the crack bridged zone); 2) the sufficient condition for the critical bonds extension at the crack bridged zone trailing edge. The following quasistatic crack growth regimes are considered: 1) the crack tip advances and the bridged zone length increases without bond rupture (subcritical growth); 2) the bridged zone length decreases without crack tip advancement; 3) the crack tip advances with simultaneous rupture of bonds at the bridged zone trailing edge.

**Keywords:** crack, bridged zone, nonlocal criterion

## Список источников

- [1] Goldstein R.V., Perelmutter M.N. Modeling of bonding at the interface crack. *International J. of Fracture*, 1999, vol. 99, no. 1–2, pp. 53–79.
- [2] Гольдштейн Р.В. Перельмутер М.Н. Трещина на границе соединения материалов со связями между берегами. *МТТ*, 2001, № 1, с. 94–112.
- [3] Перельмутер М.Н. Критерий роста трещин со связями в концевой области. *ПММ*, 2007, т. 71, вып. 1, с. 152–171.

УДК 004.8

## О безопасности применения ИИ при принятии решений

Скобелева Янина Валерьевна<sup>(\*)</sup>

ianinask@mail.ru

Сидняев Николай Иванович

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Искусственный интеллект (ИИ) играет ключевую роль в вопросах реализации идеи персонализированного общения-адаптации, обучения, его содержания и темпа, к потребностям человека [1]. Приведен общий обзор тематики искусственного интеллекта, базирующейся на идее интеллектуального агента — системы, которая способна принять решение о том, что делать, а затем выполнить это решение. Методы использования ИИ представлены с применением идеи интеллектуального агента, а также методов принятия решений в условиях, когда необходимо спрогнозировать будущие многоступенчатые действия.

**Ключевые слова:** искусственный интеллект, обучение, студенты, анализ, прогноз, программы, безопасность, модуль, проект

## On the safety of using AI in decision-making

Skobeleva Yanina Valerievna<sup>(\*)</sup>

ianinask@mail.ru

Sidnyaev Nikolay Ivanovich

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** AI plays a key role in implementing the idea of personalized communication, which involves adapting learning, its content, and pace to the individual's needs [1]. This article provides a general overview of the topic of artificial intelligence, focusing on the concept of an intelligent agent, which is a system capable of making decisions and executing them. The article explores the use of AI through the lens of an intelligent agent and discusses decision-making techniques in situations where future multi-step actions need to be predicted.

**Keywords:** artificial intelligence, training, students, analysis, forecast, programs, security, module, project

### Список источников

- [1] Уваров А.Ю., Гейбл Э., Дворецкая И.В. и др. *Трудности и перспективы цифровой трансформации образования*. Москва, НИУ «Высшая школа экономики», 2019, 344 с.

УДК 531

## О движении малоинерционного шара между соосно вращающимися цилиндрами с вязким трением

Кошелев Александр Анатольевич<sup>(\*)</sup>

koshelev030698@yandex.ru

Кугушев Евгений Иванович

Шахова Татьяна Валентиновна

МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

**Аннотация.** Рассмотрена задача о движении шара между соосно вращающимися цилиндрами с линейным вязким трением. Для малоинерционного шара показано, что его уравнения движения имеют тихоновский тип уравнений с малым параметром при чasti производных. Исследована динамика такого шара на конечном промежутке времени в пределе при стремлении центрального момента инерции шара к нулю.

**Ключевые слова:** малоинерционный шар, вязкое трение, теорема Тихонова

## On the motion of a low-inertia ball located between coaxially rotating cylinders with viscous friction

Koshelev Alexander Anatolyevich<sup>(\*)</sup>

koshelev030698@yandex.ru

Kugushev Evgeny Ivanovich

Shahova Tatyana Valentinovna

Lomonosov MSU, Moscow, Russia

**Abstract.** The problem of the motion of a ball between coaxially rotating cylinders with linear viscous friction is considered. It is shown that the equations of motion of a low-inertia ball have the form of Tikhonov's equations with a small parameter as a coefficient at some derivatives. The dynamics of this ball on an arbitrary finite time interval in the limit as the central moment of inertia of the ball tends to zero is studied.

**Keywords:** low-inertia ball, viscous friction, Tikhonov's theorem

**Постановка задачи.** Рассмотрим задачу о движении тяжелого шара массы  $m$  и радиуса  $a$  между прямыми круговыми цилиндрами с общей осью, образующей с вертикалью угол  $\alpha$ . Каждый из цилиндров равномерно вращается вокруг этой оси с угловой скоростью величины  $\Omega_i$ , в точке контакта шара с цилиндром на шар действует сила вязкого трения  $\vec{F}_i = -c_i \vec{v}_i^{\text{отн}}$ , где  $c_i$  – коэффициент трения,  $\vec{v}_i^{\text{отн}}$  – скорость точки шара, касающейся цилиндра, относительно этого цилиндра ( $i = 1, 2$ ). Расстояние от центра шара до оси цилиндров равно  $R$ . Центр масс шара совпадает с его геометрическим центром, центральный тензор инерции шаровой,  $I = \sigma m a^2$  – центральный момент инерции шара. Исследуем динамику шара, когда этот момент инерции мал.

**Малоинерционный шар.** Относительно абсолютной системы координат  $Oxyz$ , ось  $Oz$  которой направлена по оси цилиндров, будем задавать положение центра шара цилиндрическими координатами  $\varphi, z$  ( $r = R$ ). Обозначим через  $\omega_r, \omega_\varphi, \omega_z$  компоненты угловой скорости шара в базисе цилиндрической системы координат и запишем уравнения движения шара в этом базисе. В безразмерных переменных  $\tau = \Omega_1 t$ ,  $\zeta = \frac{z}{R}$ ,  $w_r = \frac{\omega_r}{\Omega_1}$ ,  $w_\varphi = \frac{\omega_\varphi}{\Omega_1}$ ,  $w_z = \frac{\omega_z}{\Omega_1}$  получаем

$$\begin{aligned} \varphi' &= v_\varphi, & \zeta' &= v_\zeta, & w_r' - v_\varphi w_\varphi &= 0, \\ \mu v_\varphi' &= -\mu\gamma \sin \alpha \cos \varphi - (1+k)v_\varphi + (1-k)sw_z + 1 - s + k\chi(1+s), \\ \mu v_\zeta' &= -\mu\gamma \cos \alpha - (1+k)v_\zeta - (1-k)sw_\varphi, \\ \sigma \mu w_\varphi' &= -\sigma \mu v_\varphi w_r - \frac{1-k}{s} v_\zeta - (1+k)w_\varphi, \\ \sigma \mu w_z' &= \frac{1-k}{s} v_\varphi - (1+k)w_z - \frac{1}{s}(1-s-k\chi(1+s)), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $(\cdot)' = \frac{d}{d\tau}(\cdot)$ ,  $\mu = \frac{m\Omega_1}{c_1}$ ,  $s = \frac{a}{R}$ ,  $k = \frac{c_2}{c_1}$ ,  $\chi = \frac{\Omega_2}{\Omega_1}$ ,  $\gamma = \frac{g}{R\Omega_1^2}$ ,  $g$  – модуль ускорения свободного падения.

Рассмотрим два случая малоинерционного шара. В первом случае масса шара постоянна и сосредоточена вблизи его центра:  $0 < \sigma \ll 1$ , во втором – масса шара мала:  $0 < \mu \ll 1$ . С использованием теоремы Тихонова [1] доказаны утверждения.

**Утверждение 1.** Пусть  $\varphi(\tau, \sigma)$ ,  $\zeta(\tau, \sigma)$ ,  $v_\varphi(\tau, \sigma)$ ,  $v_\zeta(\tau, \sigma)$ ,  $w_r(\tau, \sigma)$ ,  $w_\varphi(\tau, \sigma)$ ,  $w_\zeta(\tau, \sigma)$  – решение уравнений (1) с начальными условиями  $\varphi(0, \sigma) = \varphi_0$ ,  $\zeta(0, \sigma) = \zeta_0$ ,  $v_\varphi(0, \sigma) = v_{\varphi_0}$ ,  $v_\zeta(0, \sigma) = v_{\zeta_0}$ ,  $w_r(0, \sigma) = w_{r_0}$ ,  $w_\varphi(0, \sigma) = w_{\varphi_0}$ ,  $w_\zeta(0, \sigma) = w_{\zeta_0}$  на некотором конечном отрезке времени  $\tau \in [0, T]$  при любом  $\sigma \in (0, \sigma_0]$ . Тогда при  $\sigma \rightarrow 0$  функции  $\varphi(\tau, \sigma)$ ,  $\zeta(\tau, \sigma)$ ,  $v_\varphi(\tau, \sigma)$ ,  $v_\zeta(\tau, \sigma)$ ,  $w_r(\tau, \sigma)$  сходятся на отрезке  $[0, T]$  к решению  $\varphi^*(\tau)$ ,  $\zeta^*(\tau)$ ,  $v_\varphi^*(\tau)$ ,  $v_\zeta^*(\tau)$ ,  $w_r^*(\tau)$  уравнений

$$\begin{aligned} \varphi^{*'} &= v_\varphi^*, & \mu v_\varphi^{*'} &= -\mu\gamma \sin \alpha \cos \varphi^* + \frac{2k}{1+k}(-2v_\varphi^* + 1 - s + k\chi(1+s)), \\ \zeta^{*'} &= v_\zeta^*, & \mu v_\zeta^{*'} &= -\mu\gamma \cos \alpha - \frac{4k}{1+k}v_\zeta^*, & w_r^{*'} &= -\frac{1-k}{s(1+k)}v_\varphi^* v_\zeta^* \end{aligned}$$

с начальными условиями  $\varphi^*(0) = \varphi_0$ ,  $\zeta^*(0) = \zeta_0$ ,  $v_\varphi^*(0) = v_{\varphi_0}$ ,  $v_\zeta^*(0) = v_{\zeta_0}$ ,  $w_r^*(0) = w_{r_0}$ , а функции  $w_\varphi(\tau, \sigma)$ ,  $w_\zeta(\tau, \sigma)$  сходятся на промежутке  $(0, T]$  к функциям

$$w_\varphi^*(\tau) = -\frac{1-k}{s(1+k)}v_\zeta^*(\tau), \quad w_\zeta^*(\tau) = \frac{1-k}{s(1+k)}v_\varphi^*(\tau) - \frac{1-s-k\chi(1+s)}{s(1+k)}.$$

**Утверждение 2.** Пусть  $\varphi(\tau, \mu)$ ,  $\zeta(\tau, \mu)$ ,  $v_\varphi(\tau, \mu)$ ,  $v_\zeta(\tau, \mu)$ ,  $w_r(\tau, \mu)$ ,  $w_\varphi(\tau, \mu)$ ,  $w_\zeta(\tau, \mu)$  — решение уравнений (1) с начальными условиями

$\varphi(0, \mu) = \varphi_0$ ,  $\zeta(0, \mu) = \zeta_0$ ,  $v_\varphi(0, \mu) = v_{\varphi_0}$ ,  $v_\zeta(0, \mu) = v_{\zeta_0}$ ,  $w_r(0, \mu) = w_{r_0}$ ,  $w_\varphi(0, \mu) = w_{\varphi_0}$ ,  $w_\zeta(0, \mu) = w_{\zeta_0}$  на некотором конечном отрезке времени  $\tau \in [0, T]$  при любом  $\mu \in (0, \mu_0]$ . Тогда при  $\mu \rightarrow 0$  функции  $\varphi(\tau, \mu)$ ,  $\zeta(\tau, \mu)$ ,  $w_r(\tau, \mu)$  сходятся на отрезке  $[0, T]$  к функциям  $\varphi^*(\tau) = \frac{1}{2}(1 - s + \chi(1 + s))\tau + \varphi_0$ ,  $\zeta^*(\tau) = \zeta_0$ ,  $w_r^*(\tau) = w_{r_0}$ , а функции  $v_\varphi(\tau, \mu)$ ,  $v_\zeta(\tau, \mu)$ ,  $w_\varphi(\tau, \mu)$ ,  $w_\zeta(\tau, \mu)$  сходятся на промежутке  $(0, T]$  к функциям  $v_\varphi^*(\tau) = \frac{1}{2}(1 - s + \chi(1 + s))$ ,  $v_\zeta^*(\tau) = 0$ ,  $w_\varphi^*(\tau) = 0$ ,  $w_\zeta^*(\tau) = \frac{1}{2s}(-1 + s + \chi(1 + s))$ .

### Список источников

- [1] Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. *Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений*. М.: Наука, 1973. 272 с.
- [2] Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. *Теория колебаний*. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959. 916 с.

УДК 681.5.01:531.53

## О максимизации области управляемости двузвенного перевернутого маятника на качелях seesaw при согласовании управлений в шарнирах

Кручинин Павел Анатольевич

pkruch@mech.math.msu.su

SPIN-код: 3265-0739

Алексеева Надежда Валерьевна<sup>(\*)</sup>

МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

**Аннотация.** Рассматриваемая задача математического моделирования процесса сагиттальных колебаний человека, стоящего на качелях seesaw с прямыми ногами. Модель представляет собой плоский двойной перевернутый маятник, установленный на seesaw. Нижний цилиндрический шарнир моделирует оба голеностопных сустава человека, а межзвенный шарнир — оба тазобедренных. суставы человека. Качели представляют собой сегмент цилиндра, ось которого перпендикулярна плоскости движения маятника. Описываемая система имеет три степени свободы и в отсутствие управления имеет неустойчивое положение равновесия, в котором оба звена маятника направлены вертикально вверх, а качели не наклонены. Управлением являются моменты, прикладываемые в осях шарниров согласованно. То есть для моделирования мышечной синергии считается, что моменты в шарнирах не являются независимыми и выражаются через общее управление, которое ограничено по абсолютной величине. Таким образом описывается ситуация, аналогичная мышечной синергии. Рассмотрены свойства областей управляемости при изменении распределения моментов в шарнирах. Найдены ситуации, в которых размер области управляемости принимает максимальные и минимальные значения.

**Ключевые слова:** стабилизация, двузвенный маятник, перевернутый маятник, позовый контроль, область управляемости

**Abstract.** The problem under consideration is the mathematical modeling of the sagittal oscillations of a person standing on a seesaw with straight legs. The model is a double inverted pendulum mounted on a seesaw. The lower cylindrical hinge models both ankle joints, and the interlink hinge models both hip joints. The seesaw is a segment of a cylinder whose axis is perpendicular to the pendulum plane. The described system has three degrees of freedom and, in the absence of control, has an unstable equilibrium position in which both pendulum links point vertically upward, and the swing is not tilted. The control is provided by moments applied in a coordinated fashion to the hinge axes. That is, to model muscle synergy, it is assumed that the moments in the hinges are not independent and are expressed through a common control, which is limited in absolute value. This describes a situation analogous to muscle synergy. The properties of the control regions are considered when the distribution of moments in the hinges varies. Situations were found in which the size of the controllability region takes on maximum and minimum values..

**Keywords:** stabilisation, two-link pendulum, inverted pendulum, postural control, controllability region

УДК 521.1

## О некоторых минимальных характеристиках в классической задаче N тел

Павлов Игорь Валерианович

ipavlov@bmstu.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

**Аннотация.** Для классической математической модели задачи N тел рассматриваются пространственные задачи нахождения условных минимумов, локальных экстремумов и стационарных точек для основных характеристик (полной энергии, размера, кинетической и потенциальной энергии) системы на ее фазовом пространстве. На основе решения этих задач нелинейного математического программирования далее доказывается, что эти условные экстремумы и стационарные точки (состояния) могут достигаться только на плоских траекториях движения системы. При дополнительных условиях на значения интегралов движения: момента импульса и полной энергии системы эти траектории являются плоскими финитными и периодическими (круговыми или эллиптическими) траекториями, порождаемыми плоскими центральными конфигурациями, на которых плоская структура системы сохраняется во времени с точностью до поворота и масштаба. И на этих траекториях одновременно достигается минимальный средне-квадратичный размер системы (с ненулевым моментом импульса) при текущем значении ее кинетической энергии и минимально возможная кинетическая энергия системы при данном текущем значении ее размера.

**Ключевые слова:** система, частицы, задача тел, интегралы движения, размер системы, плоские траектории

## On some minimal characteristics in the classical N-body problem

Pavlov Igor Valerianovich

ipavlov@bmstu.ru

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

**Abstract.** For classical N-body problem we consider some spatial problems of finding conditional minima, local extrema and stationary points for the main characteristics (total energy, size, kinetic and potential energy) of the system on its phase space. Based on the solution of these problem of nonlinear programming we prove that these conditional extrema and stationary points (states) can only be achieved on flat trajectories of the system. Under additional conditions on the values of the integrals of motion: angular momentum and the total energy of the system these trajectories are flat finite and periodic (circular or elliptical) trajectories, generated by certain flat central configurations, on which the flat structure of the system is preserved in time up to rotation and scale. And on these trajectories the minimum possible root-mean-square size of the system (with a non-zero angular momentum) at the current value of its kinetic energy and the minimum possible kinetic energy of the system at the current value of its size are simultaneously achieved.

**Keywords:** system, particles, N-body problem, integrals of motion, system size, flat trajectories

УДК 531.8

## О прикладных задачах в первых российских учебниках механики

Кузнецов Юрий Владимирович<sup>(\*)</sup>

kuznetsov\_iuv@tass.ru

*НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

**Аннотация.** Механика была первой наукой, с которой в России в начале XVIII века началось регулярное преподавание точных наук. Иностранный опыт, полученный Петром Великим и его сподвижниками, был творчески переработан, что привело со временем к возникновению собственной методологии преподавания. Рассмотрены первые практические задачи механики, которые преподавались в России, а также взаимосвязь русской и европейской школ механики.

**Ключевые слова:** механика, прикладные задачи, история механики

## On applied problems in the earliest Russian mechanics textbooks

Kuznetsov Yuri Vladimirovich

kuznetsov\_iuv@tass.ru

*Institute of Mechanics of the Lomonosov MSU, Moscow, Russia*

**Abstract.** Mechanics was the first subject to introduce regular teaching of the exact sciences in Russia in the early 18th century. Foreign experience gained by Peter the Great and his associates was creatively adapted, eventually leading to the development of a unique teaching methodology. This paper examines the first practical problems in mechanics taught in Russia, as well as the relationship between Russian and European schools of mechanics.

**Keywords:** mechanics, applied problems, history of mechanics

### Список источников

- [1] Книга учащая Морского Плавания. URL: [https://museum-online.moscow/entity/OBJECT/iss3\\_kolomen\\_12888](https://museum-online.moscow/entity/OBJECT/iss3_kolomen_12888) (дата обращения 11.05.12025).
- [2] De Graaf A. *De seven boecken van de Groote Zeevaert Zijnde Een volkomen klare, en konstige beschrijvinghe der Navigatie*. URL: [https://www.forumrarebooks.com/item/graaf\\_abraham\\_de\\_de\\_seven\\_boecken\\_van\\_de\\_groote\\_zeevaert\\_zijnde\\_een\\_volkomen.html](https://www.forumrarebooks.com/item/graaf_abraham_de_de_seven_boecken_van_de_groote_zeevaert_zijnde_een_volkomen.html) (дата обращения 11.05.2025).

УДК 01-433:01-435

## О силах натяжения при колебаниях гибкой упругой нити

Брюквин Александр Владимирович

bryukvin\_a@mail.ru

Брюквина Ольга Юрьевна

bryukvina\_o@mail.ru

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Рассмотрено поведение гибкой деформируемой нити при прохождении по ней продольных и поперечных волн. Проанализировано влияние различных параметров на натяжение нити в процессе ее колебаний. Проанализирована связь натяжения гибкой нити с ее продольным и поперечным движением, а также влияние на него удлинения и возникающих сил инерции. Проанализирован характер внутренних сил, возникающих при продольно-поперечных колебаниях в нити при прохождении по ней волнового возмущения.

**Ключевые слова:** гибкая нить, струна

## On the tension forces during vibrations of a flexible elastic thread

Bryukvin Alexander Vladimirovich

bryukvin\_a@mail.ru

Bryukvina Olga Yuryevna

bryukvina\_o@mail.ru

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** This paper examines the behavior of a flexible deformable thread as longitudinal and transverse waves pass through it. The influence of various parameters on the tension of the thread during its oscillations is analyzed. The relationship between the tension of the flexible thread and its longitudinal and transverse motion is analyzed, as well as the influence of elongation and the resulting inertial forces. The nature of the internal forces arising from longitudinal-transverse oscillations in the thread when a wave disturbance passes through it is analyzed.

**Keywords:** flexible thread, string

УДК 531.36

## О стабилизации заданной конфигурации робота Дельта при неполной информации

Красинский Александр Яковлевич<sup>1, 2(\*)</sup>

krasinsk@mail.ru  
SPIN-код: 2911-1627

Аитов Василий Григорьевич<sup>3</sup>

<sup>1</sup> МАИ, Москва, Россия

<sup>2</sup> АНО НИИ Биомехатроники, Махачкала, Россия

<sup>3</sup> Росбиотех, Москва, Россия

**Аннотация.** При измерении только токов в якорных цепях исполнительных коллекторных двигателей получено полное решение задачи стабилизации заданного положения схвата робота Дельта как параллельного манипулятора с тремя геометрическими связями. Коэффициенты линейных управлений и параметры системы оценивания определены решением методом Н.Н. Красовского соответствующих линейно-квадратичных задач.

**Ключевые слова:** робот Дельта, математическая модель, система оценивания, стабилизация

## On stabilization of a given configuration of the Delta robot with incomplete information

Krasinsky Alexander Yakovlevich<sup>1, 2(\*)</sup>

krasinsk@mail.ru  
SPIN-code: 2911-1627

Aitov Vasily Grigorievich<sup>3</sup>

<sup>1</sup> *Moscow Aviation Institute, Moscow, Russia*

<sup>2</sup> *Research Institute of Biomechanics, Makhachkala, Russia*

<sup>3</sup> *Rosbiotech, Moscow, Russia*

**Abstract.** By measuring only the currents in the armature circuits of the actuator commutator motors, a complete solution was obtained for stabilizing the specified position of the Delta robot's gripper as a parallel manipulator with three geometric constraints. The linear control coefficients and the evaluation system parameters were determined by solving the corresponding linear-quadratic problems using N.N. Krasovskiy's method.

**Keywords:** Delta robot, mathematical model, state estimation system, stabilization

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Krasinskiy A, Yuldashev A. Nonlinear Model of Delta Robot Dynamics as a Manipulator with Geometric Constraints. Proceedings of the 2021 3rd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA), 2021. <https://doi.org/10.1109/SUMMA53307.2021.9632138>
- [2] Müller A., Kumar S., Kordik T. A Recursive Lie-Group Formulation for the Second-Order Time Derivatives of the Inverse Dynamics of Parallel Kinematic Manipulators. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2023, vol. 8(6), pp. 3804–3811. <https://doi.org/10.1109/lra.2023.3267005>
- [3] Gamper H., Rodrigo Pérez L., Mueller A. An inverse kinematics algorithm with smooth task switching for redundant robots. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2024, vol. 9(5), pp. 4527–4534. <https://doi.org/10.1109/lra.2024.3379860>
- [4] Krasinskiy A.Ya. On the analytical mechanics methods in mathematical modeling the dynamics systems with geometric constraints. *Mechanical Engineering Advances*, 2025, vol. 3(2), art. no. 2512. <https://doi.org/10.59400/mea25121>
- [5] Krasovskii N.N. Problems of stabilization of controlled motions. *Theory of motion stability*, 1966, pp. 475–514.

УДК 532.59

## О траекториях частиц свободной поверхности жидкости в стоячих нелинейных волнах

Калининченко Владимир Анатольевич<sup>(\*)</sup>

vakalin@mail.ru

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия*

**Аннотация.** Представлены новые экспериментальные результаты исследования низших волновых мод Фарадея на поверхности жидкости в прямоугольном сосуде. Показано, что с уменьшением глубины жидкости увеличивается размах колебаний узлов стоячей волны, а для волновых профилей характерны локальные подвижные возмущения, связанные с проявлением второй по отношению к основной гармонике. Впервые экспериментально определены траектории частиц-трассеров на свободной поверхности жидкости в окрестности узла — частицы совершают колебательное движение по кривым с выпуклостью кверху. Сопоставление данных эксперимента и теории показало эмпирическую адекватность лагранжева подхода.

**Ключевые слова:** волна Фарадея, переменные Лагранжа и Эйлера, узел стоячей волны, частицы-трассеры, профиль волны, параметр Урсе

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФ № 23-19-00451 и по теме государственного задания (№ госрегистрации 1240112500442-3).*

## On the trajectories of particles of the liquid free surface in standing nonlinear waves

Kalinichenko Vladimir Anatolyevich<sup>(\*)</sup>

vakalin@mail.ru

*Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russia*

**Abstract.** New experimental results are presented for a study of lower Faraday wave modes on the surface of a liquid in a rectangular vessel. It is shown that with decreasing liquid depth, the amplitude of oscillations of the standing wave nodes increases, and the wave profiles are characterized by local mobile disturbances associated with the manifestation of a second harmonic relative to the fundamental. For the first time, the trajectories of tracer particles on the free surface of the liquid near a node were experimentally determined; the particles oscillate along curves with an upward convexity. A comparison of experimental and theoretical data demonstrated the empirical validity of the Lagrangian approach.

**Keywords:** Faraday wave, Lagrange and Euler variables, standing wave node, tracer particles, wave profile, Ursell parameter

*The work was supported by the Russian Science Foundation (grant no. 23-19-00451) and carried out on the topic of the state assignment (State registration no. 1240112500442-3).*

УДК 531.36

## Об одном методе реализации экстремальных траекторий параллельных манипуляторов

Красинский Александр Яковлевич<sup>1,2(\*)</sup>

krasinsk@mail.ru  
SPIN-код: 2911-1627

Аитов Василий Григорьевич<sup>3</sup>

<sup>1</sup> МАИ, Москва, Россия

<sup>2</sup> АНО НИИ Биомехатроники, Махачкала, Россия

<sup>3</sup> Росбиотех, Москва, Россия

**Аннотация.** Рассмотрена задача моделирования управляемой динамики манипуляторов с параллельной кинематикой при перемещении схвата манипулятора между начальным и заданным конечным положениями. В качестве траектории выбрана брахистохрона, которая реализуется решением последовательности задач стабилизации заданных на брахистохроне положений схвата.

**Ключевые слова:** математическая модель, параллельный манипулятор, брахистохрона, стабилизация

## On one method for implementing extreme trajectories of parallel manipulators

Krasinsky Alexander Yakovlevich<sup>1,2(\*)</sup>

krasinsk@mail.ru  
SPIN-code: 2911-1627

Aitov Vasily Grigorievich<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Moscow Aviation Institute, Moscow, Russia

<sup>2</sup> Research Institute of Biomechanics, Makhachkala, Russia

<sup>3</sup> Rosbiotech, Moscow, Russia

**Abstract.** The problem of modeling the controlled dynamics of manipulators with parallel kinematics as the manipulator's gripper moves between initial and specified final positions is considered. A brachistochrone as trajectory is chosen, which is implemented by solving a sequence of stabilization problems for the gripper's positions specified on the brachistochrone.

**Keywords:** mathematical model, parallel manipulator, brachistochrone, stabilization

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Krasinskiy A.Ya. On the analytical mechanics methods in mathematical modeling the dynamics systems with geometric constraints. *Mechanical Engineering Advances*, 2025, vol. 3(2), art. no. 2512. <https://doi.org/10.59400/mea25121>
- [2] Krasinskiy A., Yuldashev A. Nonlinear Model of Delta Robot Dynamics as a Manipulator with Geometric Constraints. *Proceedings of the 2021 3rd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA)*, 2021. <https://doi.org/10.1109/SUMMA53307.2021.9632138>
- [3] Krasovskii N.N. Problems of stabilization of controlled motions. *Theory of motion stability*, 1966, pp. 475–514.

УДК 521.13

## Об одном редуцированном уравнении плоского движения гантели на многообразии «гравитационный пропеллер» в обобщенной эллиптической задаче Ситникова

Исмагилов Альберт Рафаилович<sup>(\*)</sup>

arism8@mail.ru

МАИ, Москва, Россия

**Аннотация.** Для укороченного уравнения типа Дюффинга построены периодические решения вдали от резонанса и при резонансе. Также исследуются резонансные колебания методом усреднения, в частности найдено второе приближение метода усреднения.

**Ключевые слова:** обобщенная задача Ситникова, гантель, «гравитационный пропеллер», редукция, линейная устойчивость, метод усреднения, резонанс

## On some reduced equations for the planar motion of a dumbbell on the gravitational propeller manifold in the generalized elliptic sitnikov problem

Ismagilov Albert Rafailovich<sup>(\*)</sup>

arism8@mail.ru

Moscow Aviation Institute, Moscow, Russia

**Abstract.** For a truncated Duffing-type equation, periodic solutions are constructed far from resonance and at resonance. Resonant oscillations are also investigated using the averaging method, and in particular, a second approximation of the averaging method is found.

**Keywords:** generalized Sitnikov problem, dumbbell, “gravitational propeller”, reduction, linear stability, averaging method, resonance

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Красильников П.С., Исмагилов А.Р. О плоских движениях гантели на многообразии «гравитационный пропеллер» в обобщенной эллиптической задаче Ситникова. *ПММ*, 2025, т. 89, № 2, с. 166–179.
- [2] Ситников К.А. Существование осциллирующих движений в задаче трех тел. *Докл. АН СССР*, 1960, т. 133, № 2, с. 303–306.

УДК 531.381

## Об орбитальной устойчивости маятниковых движений несимметричного твердого тела с вибрирующим подвесом

Беличенко Михаил Валериевич

tuzemec1@rambler.ru

*МАИ, Москва, Россия*

**Аннотация.** Рассмотрены маятниковые движения твердого тела с вибрирующей точкой подвеса. Рассмотрены движения, происходящие вокруг главной оси инерции тела, содержащей центр масс тела, занимающей вертикальное положение. Такие движения невозможны в случае неподвижной точки подвеса тела. Для случая вибраций точки вдоль горизонтальной прямой и тела с геометрией масс, отвечающей случаю Ковалевской, проведено интегрирование рассматриваемых движений и построены диаграммы их орбитальной устойчивости.

**Ключевые слова:** вибрации, твердое тело, маятниковые движения, орбитальная устойчивость

## On the orbital stability of pendulum motions of an asymmetrical rigid body with a vibrating suspension

Belichenko Mikhail Valerievich

tuzemec1@rambler.ru

*Moscow Aviation Institute, Moscow, Russia*

**Abstract.** We consider the pendulum motions of a rigid body with a vibrating suspension point. The motions occurring around the body main axis of inertia containing a mass center and occupying a vertical position are considered. Such motions are impossible in the case of a fixed suspension point of the body. For the case of vibrations along a horizontal straight line and a body with a mass geometry corresponding to the Kovalevskaya case, the integration of the considered motions is carried out and diagrams of their orbital stability are constructed.

**Keywords:** vibrations, rigid body, pendulum motions, orbital stability

УДК 539.3

## Об успешном опыте изложения темы «Способ Верещагина вычисления интеграла Мора». Часть I

Компаниец Игорь Владимирович

i.v.komp@bmstu.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

**Аннотация.** Рассмотрен опыт изложения темы «Определение перемещений с использованием способа Верещагина вычисления интеграла Мора» в лекционном материале, на семинарах и во время практикума с использованием материалов работы [1]. Очень важным оказалось на занятиях, посвященных этой теме, подробно рассмотреть вопрос о том, что при расслоении эпюры изгибающих моментов на простейшие фигуры на одном из участков эпюры можно иногда получить параболический сегмент, расположенный наклонно, и о том, почему и как его рассматривать расположенным горизонтально. При проведении занятий следует обращать внимание учащихся на основные ошибки, допускаемые студентами в своих домашних заданиях и при защите домашних заданий при определении перемещений с использованием способа Верещагина вычисления интеграла Мора. Сделан вывод о том, что представленные в статье [1] материалы действительно оказывают существенную помощь студентам и преподавателям, начинающим излагать данную тему.

**Ключевые слова:** способ Верещагина, определение перемещений, расслоение эпюр, параболический сегмент, параболический треугольник

## On a successful experience presenting the topic “Vereshchagin's method for calculating mohr's integral”. Part I

Kompaniets Igor Vladimirovich

i.v.komp@bmstu.ru

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

**Abstract.** The article examines the experience of presenting the topic “Determining Displacements Using Vereshchagin's Method for Calculating Mohr's Integral” in lectures, seminars, and workshops using materials from [1]. It was found to be very important in classes devoted to this topic to thoroughly examine the issue of how, when layering a bending moment diagram into simple figures, a parabolic segment located obliquely can sometimes be obtained in one of the sections of the diagram, and why and how to consider it located horizontally. During classes, students' attention should be drawn to the main errors made by students in their homework assignments and when defending homework assignments when determining displacements using Vereshchagin's method for calculating Mohr's integral. It is concluded that the materials presented in [1] really provide significant assistance to students and teachers beginning to present this topic.

**Keywords:** Vereshchagin's method, determining displacements, diagram stratification, parabolic segment, parabolic triangle

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Андриевская С.И., Компаниец И.В. Способ Верещагина для определения перемещений. *Инженерный вестник. Электронный научно-технический журнал*, 2018, № 1, с. 1–9.

УДК 514.7

## Обобщения шварциана для старших производных

Шишанин Андрей Олегович<sup>(\*)</sup>

shishandr@rambler.ru

НИУ МЭИ, Москва, Россия

**Аннотация.** Производная Шварца или шварциан функции одной комплексной переменной обладает рядом полезных свойств. В частности, шварциан является инвариантным для конформных (проективных) преобразований. В последнее десятилетие активно изучаются теории классической и квантовых механик, содержащие шварциан. Теория шварциана появляется в конформном пределе модели Сачдева — Йе — Китаева. В докладе обсуждаются некоторые обобщения шварциана на старшие производные. Также приводятся суперсимметричные аналоги шварциана. Кроме того, обобщенные шварцианы можно рассматривать как лагранжианы в аналитической механике.

**Ключевые слова:** шварциан, конформное преобразование, лагранжиан, суперсимметрия

## Generalizations of Schwarzian for higher derivatives

Shishanin Andrey Olegovich<sup>(\*)</sup>

shishandr@rambler.ru

Moscow Power Engineering Institute, Moscow, Russia

**Abstract.** The Schwarzian derivative or Schwarzian of a function of one complex variable has a number of useful properties. In particular, the Schwarzian is invariant under conformal (projective) transformations. In the past decade theories of classical and quantum mechanics containing the Schwarzian have been actively studied. The Schwarzian theory appears in the conformal limit of the Sachdev — Ye — Kitaev (SYK) model. This talk discusses some generalizations of the Schwarzian to higher derivatives. Supersymmetric analogs of the Schwarzian are also presented. Furthermore, generalized Schwarzians can be considered as Lagrangians in analytical mechanics.

**Keywords:** Schwarzian, conformal transformation, Lagrangian, supersymmetry

УДК 531.1

## Обобщенные условия Гельмгольца и устойчивость численного решения в обратной задаче динамики

Каспирович Иван Евгеньевич

kaspirovich\_ie@pfur.ru

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

**Аннотация.** Исследована устойчивость численного решения обратной задачи динамики в условиях дифференциально-алгебраических связей. Рассмотрен метод стабилизации связей Баумгарте и его интерпретация терминах диссипативной функции. Теоретической основой служат обобщенные условия Гельмгольца, позволяющие установить взаимосвязь между структурой возмущений и уравнениями Лагранжа второго рода. Проведен анализ устойчивости численного решения и установлена возможность приведения скорректированных уравнений движения к форме лагранжевых с добавочной диссипативной функцией.

**Ключевые слова:** стабилизация связей, дифференциально-алгебраические уравнения, обратная задача динамики, диссипативная функция, условия Гельмгольца

## Generalized Helmholtz conditions and stability of the numerical solution in the inverse dynamics problem

Kaspirovich Ivan Evgenievich

kaspirovich\_ie@pfur.ru

RUDN, Moscow, Russia

**Abstract.** The paper investigates the stability of the numerical solution of the inverse problem of dynamics under differential-algebraic constraints. The Baumgarte stabilization method is considered and interpreted in terms of a dissipative function. The theoretical framework is provided by the generalized Helmholtz conditions, which establish the relationship between the structure of perturbations and the Lagrange equations of the second kind. A stability analysis is carried out, demonstrating the possibility of transforming the corrected equations of motion into the Lagrangian form with an additional dissipative function.

**Keywords:** constraint stabilization, differential-algebraic equations, inverse problem of dynamics, dissipative function, Helmholtz conditions

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Crampin M., Mestdag T., Sarlet W. On the generalized Helmholtz conditions for Lagrangian systems with dissipative forces. *ZAMM*, 2010, vol. 90(6), pp. 502–508. <https://doi.org/10.1002/zamm.200900327>
- [2] Kaspirovich I.E., Mukharlyamov R.G. On Constructing Dynamic Equations Methods with Allowance for Stabilization of Constraints. *Mechanics of Solids*, 2019, vol. 54(4), pp. 589–597. <https://doi.org/10.3103/S0025654419040137>

УДК 519.1

## **Обучаемый выбор операторов в адаптивном крупно-окрестностном поиске (ALNS): стратегия обучения с подкреплением для задачи коммивояжера**

Гаязов Султан Рависович

sultan.gayazov13@mail.ru

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Представлен гибридный метод решения задачи коммивояжера (TSP), сочетающий адаптивный крупно-окрестностный поиск (Adaptive Large Neighborhood Search, ALNS) с обучением с подкреплением (Reinforcement Learning, RL) [1–3]. В схеме ALNS–DQN нейросетевая аппроксимация функции действия–ценности (Deep Q-Network) управляет выбором пар операторов «разрушение/восстановление» и их интенсивности, обучаясь на сигналах улучшения тура [3]. Метод дополняется локальной доработкой 2-opt и вероятностным приемом кандидатов с помощью имитации отжига [4]. На синтетических евклидовых экземплярах задачи малой и средней размерности гибрид демонстрирует более качественные маршруты по сравнению с классическим ALNS при сопоставимых вычислительных затратах [1].

**Ключевые слова:** задача коммивояжера, комбинаторная оптимизация, ALNS, обучение с подкреплением, DQN, 2-opt, эвристики, гибридные методы

## Learnable operator selection in adaptive large-neighborhood search (ALNS): a reinforcement learning strategy for the traveling salesman problem

Gayazov Sultan Ravisovich

sultan.gayazov13@mail.ru

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** We present a hybrid approach to the Traveling Salesman Problem (TSP) that couples Adaptive Large Neighborhood Search (ALNS) with Reinforcement Learning (RL) [1–3]. In the ALNS–DQN scheme, a Deep Q-Network guides the selection and intensity of destroy/repair operator pairs based on improvement signals observed during the search [3]. The hybrid is complemented by 2-opt local refinement and a simulated-annealing-style acceptance rule to balance exploration and exploitation [4]. On synthetic Euclidean task instances of small and medium size, the method yields consistently competitive tour quality compared to a non-learned ALNS while retaining comparable computational cost. The approach is aimed at replacing manual operator weighting with a learnable control strategy that adapts to both the problem instance and the current phase of optimization [1].

**Keywords:** traveling salesman problem, combinatorial optimization, ALNS, reinforcement learning, DQN, 2-opt, heuristics, hybrid methods

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Ropke S., Pisinger D. Adaptive Large Neighborhood Search Heuristic for the Pickup and Delivery Problem with Time Windows. *Transportation Science*, 2006, vol. 40, pp. 455–472.
- [2] Shaw P. Using constraint programming and local search methods to solve vehicle routing problems. *Principles and Practice of Constraint Programming — CP’98. LNCS*, 1998, vol. 1520, pp. 417–431. [https://doi.org/10.1007/3-540-49481-2\\_30](https://doi.org/10.1007/3-540-49481-2_30)
- [3] Sutton R.S., Barto A.G. *Reinforcement Learning: An Introduction*. Cambridge, MIT Press, 2018, 552 p.
- [4] Lin S., Kernighan B.W. An effective heuristic algorithm for the traveling-salesman problem. *Operations Research*, 1973, vol. 21, no. 2, pp. 498–516. <https://doi.org/10.1287/opre.21.2.498>

УДК 536.24

## Определение потерь в энергетических комплексах с теплообменными аппаратами глубокого профилирования

Дмитренко Артур Владимирович<sup>1,2</sup>

ammsv@yandex.ru

Белов Данила Алексеевич<sup>2</sup><sup>1</sup> НИЯУ МИФИ, Москва, Россия<sup>2</sup> РУТ (МИИТ), Москва, Россия

**Аннотация.** Приведен анализ потерь давления, представлена новая зависимость для расчета коэффициента гидравлического сопротивления в трубках с глубоким профилированием. Показано согласование зависимости с экспериментальными данными. КПД современных энергетических комплексов зачастую определяется не только организацией оптимального термодинамического цикла и применением высокоэффективных теплоносителей, но и тепло-гидравлическими характеристиками теплообменных аппаратов. Одним из эффективных способов повышения интенсивного переноса энергии теплоносителю можно считать метод глубокого профилирования. Для определения коэффициента гидравлических потерь дается сравнительный анализ эволюции зависимости потерь давления и коэффициента гидравлического сопротивления. Представлена новая зависимость для расчета коэффициента гидравлического сопротивления в трубках с глубоким профилированием согласно [1, 2]. Показано удовлетворительное соответствие этой зависимости полуэмпирическим соотношениям [3].

**Ключевые слова:** коэффициент гидравлического сопротивления, глубокое профилирование, низкопотенциальная теплота

*Работа выполнена в рамках программы ПРИОРИТЕТ 2030.*

## Determination of losses in energy complexes with deep profiling heat exchangers

Dmitrenko Artur Vladimirovich<sup>1,2</sup>

ammsv@yandex.ru

Belov Danila Alekseevich<sup>2</sup>

<sup>1</sup> MEPhI, Moscow, Russia

<sup>2</sup> RUT MIIT, Moscow, Russia

**Abstract.** An analysis of pressure losses is given, and a new relationship is presented for calculating the coefficient of hydraulic resistance in pipes with deep profiling. The dependence is shown to be consistent with experimental data.

**Keywords:** coefficient of hydraulic resistance, deep profiling, low-potential heat

*The work was carried out within the framework of the PRIORITY 2030 program.*

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Дмитренко А.В. Эквивалентность мер и стохастические уравнения для турбулентных потоков. *ДАН*, 2013, т.450, № 6. <https://doi.org/10.1134/s1028335813060098>
- [2] Dmitrenko A.V. Prediction of laminar–turbulent transition on flat plate on the basis of stochastic theory of turbulence and equivalence of measures. *Continuum Mech. Thermodyn.*, 2022, vol. 34, pp. 601–615. <https://doi.org/10.1007/s0016-021-01078-0>
- [3] Калинин Э.К., Дрейцер Г.А., Копп И.З., Мякочин А.С. *Эффективные поверхности теплообмена*. Москва, Энергоатомиздат, 1998, 407 с.

УДК 629.3.015

## Оптимизация динамики полноприводной колесной системы при скоростном маневре

Васенин Степан Анатольевич<sup>(\*)</sup>

stepan\_vasenin@mail.ru

Решмин Сергей Александрович

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия*

**Аннотация.** Рассмотрена задача оптимального управления колесной системой с индивидуальным приводом каждого колеса, начальное состояние которой характеризуется наличием значительной боковой скорости. Предложен закон управления, предотвращающий столкновение с препятствием и одновременно максимизирующий скорость в заданном направлении. Задача решена численно с использованием принципа максимума Л.С. Понтрягина.

**Ключевые слова:** оптимальное управление, принцип максимума, колесная система, максимизация скорости

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФ № 23-11-00128.*

## Optimization of the dynamics of all-wheel drive wheel system during high-speed maneuver

Vasenin Stepan Anatolyevich<sup>(\*)</sup>

stepan\_vasenin@mail.ru

Reshmin Sergey Alexandrovich

*Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russia*

**Abstract.** This paper examines the optimal control problem for a wheeled system with individual drives for each wheel, initially characterized by significant lateral velocity. A control law is proposed that prevents collisions with an obstacle while simultaneously maximizing the velocity in a given direction. The problem is solved numerically using L.S. Pontryagin's maximum principle.

**Keywords:** optimal control, maximum principle, wheel system, speed maximization

*This work was supported by the RSF grant no. 23-11-00128.*

### Список источников

- [1] Reshmin S.A., Bektybaeva M.T. Accounting for phase constraints during intensive acceleration by modified linear tangent law. *Mechanics of solids*, 2024, vol. 59, no. 8, pp. 3913–3928.

УДК 531.36

## Орбитальная устойчивость стационарных движений мира - кольца в обобщенной задаче двух тел: линейный анализ

Байков Александр Евгеньевич<sup>(\*)</sup>

alexander@baikov.org

МАИ, Москва, Россия

**Аннотация.** Рассмотрена однородная твердая окружность (мир-кольцо), находящаяся в поле притяжения точечной массы. Мир-кольцо может вращаться вокруг оси симметрии либо совершать регулярную прецессию, когда материальная точка находится в центре симметрии. Исследована орбитальная устойчивость в линейном приближении указанных стационарных движений в рамках пространственной обобщенной задачи двух тел. С помощью локальных канонических переменных и линеаризации задача приведена к проблеме устойчивости тривиального равновесия линейной гамильтоновой системы. Она решена в предельном (ограниченном) случае, когда отношение массы мира-кольца к массе точки бесконечно мало.

**Ключевые слова:** мир-кольцо, обобщенная задача двух тел, стационарное движение, регулярная прецессия, орбитальная устойчивость, нормальная форма

## Orbital stability of stationary motions of a ringworld in the generalized two - body problem: linear analysis

Baikov Alexander Evgenievich<sup>(\*)</sup>

alexander@baikov.org

Moscow Aviation Institute, Moscow, Russia

**Abstract.** A homogeneous rigid circle (a ringworld) located in the gravitational field of a point mass is considered. The ringworld can rotate around a symmetry axis or perform regular precession when the point mass is at the center of symmetry. Orbital stability of these stationary motions is investigated in the linear approximation within the framework of the spatial generalized two-body problem. Using local canonical coordinates and linearization, the problem is reduced to the stability problem of the trivial equilibrium of a linear Hamiltonian system. It is solved in the restricted case where the ratio of the ringworld mass to the point mass is infinitesimally small.

**Keywords:** ringworld, generalized two-body problem, stationary motion, regular precession, orbital stability, normal form

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] McInnes C.R. Non-linear dynamics of ring world systems. *Journal of the British Interplanetary Society*, 2003, vol. 56, iss. 9/10, pp. 308–313.
- [2] McInnes C.R. Ringworlds and Dyson spheres can be stable. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2025, vol. 537, iss. 2, pp. 1249–1267.
- [3] Маркеев А.П. *Линейные гамильтоновы системы и некоторые задачи об устойчивости движения спутника относительно центра масс*. Москва, Регулярная и хаотическая динамика, 2009, 394 с.

УДК 681.5

## Особенности программного обеспечения манипулятора RUKA в задаче о стабилизации неустойчивой системы — шар на платформе

Сафонова Наталья Константиновна

Щербов Роман Михайлович<sup>(\*)</sup>

romanbt405@gmail.com

МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

**Аннотация.** Рассмотрена задача стабилизации неустойчивого положения шара, расположенного на горизонтальной платформе, подвешенной к захвату шестизвенного манипулятора RUKA. Целью исследования является разработка алгоритма управления наклоном платформы, обеспечивающим заранее заданные параметры переходного процесса движения шара. Для этого построена математическая модель системы, проведен анализ ее управляемости и устойчивости, предложен в виде обратной связи алгоритм стабилизации неустойчивого положения равновесия. Отдельно рассмотрена архитектура системы: шестиосевой манипулятор RUKA с шаговыми приводами, программное обеспечение (ПО) среднего слоя Cyphal, транспортная шина CAN FD, коммуникационное ПО верхнего уровня ROS2. Особое внимание уделено комплексному подходу к снижению временных задержек на всех уровнях программной архитектуры: от алгоритмов верхнего уровня и оптимизации коммуникаций (CAN FD, ROS2) до особенностей прошивки драйверов двигателей (STM32G474, TMC5160). Представлены прикладные подходы, обеспечивающие требуемое быстродействие для обеспечения стабилизации неустойчивой системы. Численные и экспериментальные исследования подтверждают эффективность предложенных теоретических и технических алгоритмов. Результаты работы могут быть использованы для управления коллаборативными роботами, а также для тестирования и улучшения

**Ключевые слова:** манипулятор, шар, неустойчивое равновесие, управляемость, обратная связь, алгоритм стабилизации, программное обеспечение, шаговый привод, Cyphal, ROS2, быстродействие

## Features of the RUKA manipulator software in the problem of stabilizing an unstable system — a ball on a platform

Safonova Natalya Konstantinovna

Shcherbov Roman Mikhailovich<sup>(\*)</sup>

romanbt405@gmail.com

Lomonosov MSU, Moscow, Russia

**Abstract.** The article considers the problem of stabilizing the unstable position of a ball located on a horizontal platform suspended from the grip of a six-link RUKA manipulator. The aim of the study is to develop an algorithm for controlling the platform tilt, ensuring predetermined parameters of the transient process of the ball's motion. For this purpose, a mathematical model of the system is constructed, its controllability and stability are analyzed, and an algorithm for stabilizing the unstable equilibrium position is proposed in the form of feedback. The system architecture is separately considered: a six-axis RUKA manipulator with stepper drives, Cyphal middle-layer software, CAN FD transport bus, and ROS2 upper-level communication software. Particular attention is paid to an integrated approach to reducing time delays at all levels of the software architecture: from high-level algorithms and communication optimization (CAN FD, ROS2) to the features of the motor driver firmware (STM32G474, TMC5160). Applied approaches that ensure the required performance to ensure stabilization of an unstable system are presented. Numerical and experimental studies confirm the effectiveness of the proposed theoretical and technical algorithms. The results can be used to control collaborative robots, as well as for testing and improvement.

**Keywords:** manipulator, ball, unstable equilibrium, controllability, feedback, stabilization algorithm, software, stepper drive, Cyphal, ROS2, time-optimal problem

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Климов К.В., Рогачев А.А., Сафонова Н.К., Щербов Р.М. Решение задачи кинематики шестизвенного манипулятора RUKA в аппарате бикватернионов. *Известия Волгоградского государственного технического университета*, 2025, № 4, с. 45–50.
- [2] *ROS 2 Documentation*. URL: <https://docs.ros.org/en/jazzy/> (accessed 17.06.2025).

УДК 531

## Особые управления первого порядка для задачи минимизации времени двухзвенного манипулятора

Обрадович Александр Миленкович<sup>1</sup>

aobradovic@mas.bg.ac.rs

Черкасов Олег Юрьевич<sup>2,3</sup>Селюцкий Юрий Дмитриевич<sup>4</sup><sup>1</sup> Белградский университета, Белград, Сербия<sup>2</sup> Университет МГУ-ППИ, Шэньчжэн, Китай<sup>3</sup> МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия<sup>4</sup> НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

**Аннотация.** Проанализирована задача минимизации времени движения двухзвенного манипулятора в горизонтальной плоскости [1, 2]. Применение принципа максимума Понтрягина позволяет установить, что возможны три типа управления: регулярное управление, принимающее граничные значения («банг-банг») для силы и момента, сингулярное (особое [3]) управление первого порядка для момента и сингулярное управление второго порядка для силы. В статье [1] приведены примеры крайних положений, в которых управление силой и моментом имеет вид «банг-банг» за весь временной интервал. Дано объяснение с точки зрения механики сингулярного управления второго порядка для силы. Показано также [1], что такой тип решения в данном случае может быть сопряжен только с режимом «четтеринга». Исследована возможность существования особых управлений первого порядка для момента, удовлетворяющих условиям Келли [4] и условиям сопряжения особых и неособых участков [5].

**Ключевые слова:** минимизация времени, двухзвенный манипулятор, особые управления первого порядка, условия Келли, условия сопряжения особых и неособых участков

## Special first-order controls for the time minimization problem of a two-link manipulator

Obradovic Aleksandar Milenkovic<sup>1</sup>

aobradovic@mas.bg.ac.rs

Cherkasov Oleg Yuryevich<sup>2,3</sup>

Selyutsky Yuri Dmitrievich<sup>4</sup>

<sup>1</sup> University of Belgrade, Belgrade, Serbia

<sup>2</sup> MSU-PPI University, Shenzhen, China

<sup>3</sup> Lomonosov MSU, Moscow, Russia

<sup>4</sup> Institute of Mechanics of the Lomonosov MSU, Moscow, Russia

**Abstract.** The problem of minimizing the time of motion of a two-link manipulator in the horizontal plane is analyzed [1, 2]. Application of Pontryagin's maximum principle allows us to establish that three types of control are possible: regular control taking boundary values (“bang-bang”) for force and torque, singular [3] first-order control for torque, and singular second-order control for force. The article [1] provides examples of situations in which the control of force and torque has the “bang-bang” form over the entire time interval. An explanation is given from the mechanics point of view of singular second-order control for force. It is shown [1] that second-order control for force in this case can only be associated with the “chattering” regime. Here, the possibility of the existence of singular first-order controls for torque, that satisfy the Kelly conditions [4] and the conditions for the conjugation of singular and non-singular sections [5], is investigated.

**Keywords:** time minimization, two-link manipulator, first-order singular controls, Kelly conditions, conditions for the conjugation of singular and non-singular sections

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Осипов С.Н., Формальский А.М. Задача о быстрейшем повороте манипулятора. *ПММ*, 1988, т. 52, вып. 6, с. 29–33.
- [2] Obradović A. Optimal control of a rigid body motion in a complex case. *TAM*, 1991, vol. 17, no. 1, pp. 121–132.
- [3] Габасов Р., Кириллова Ф.М. *Особые оптимальные управления*. Москва, URSS, 2018, 256 с.
- [4] Kelley H.J., Kopp R.E., Moyer H.G., Leitmann G. (Ed.) *Singular Extremals. Topics in Optimization*. Academic Press, 1967, pp. 63–101.
- [5] Odia A., Bell D.J. Junction point on partially singular trajectories. *Int. J. Control*, 2012, vol. 85, pp. 1996–2003.

УДК 681.511.4

## Оценка максимальных по модулю значений переменных состояния нелинейных динамических систем с управлением

Голубев Алексей Евгеньевич<sup>(\*)</sup>

v-algolu@hotmail.com

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия*

**Аннотация.** Рассматривается задача стабилизации нулевого значения вектора состояния нелинейных динамических систем специального вида с учетом ограничений на абсолютные величины переменных состояния. На базе результатов о возможности получения одинаковых законов управления при применении метода бэкстеппинга и метода линеаризации обратной связью по состоянию в сочетании с дальнейшим использованием линейного модального управления получены оценки на абсолютные величины переменных состояния замкнутой системы.

**Ключевые слова:** стабилизация, нелинейные динамические системы, линеаризация обратной связью по состоянию, бэкстеппинг, ограничения на состояние

## Estimation of the maximum absolute values of state variables of nonlinear dynamic systems with control

Golubev Alexey Evgenievich<sup>(\*)</sup>

v-algolu@hotmail.com

*Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russia*

**Abstract.** The problem of stabilizing the zero value of the state vector of a special type of nonlinear dynamic system is considered, taking into account constraints on the absolute values of the state variables. Based on results on the possibility of obtaining identical control laws using the backstepping method and the state feedback linearization method in combination with subsequent use of linear modal control, estimates for the absolute values of the state variables of a closed-loop system are obtained.

**Keywords:** stabilization, nonlinear dynamical systems, state feedback linearization, backstepping, state constraints

**Введение.** Разработка методов решения задач управления динамическими системами с учетом ограничений на значения переменных состояния и управления является популярной темой исследований в области математической теории управления (см., например, [1–3]). В настоящей работе с использованием результатов о возможности получения одинаковых законов управления при применении метода бэкстеппинга [4] и метода линеаризации обратной связью по состоянию получены оценки на абсолютные величины переменных состояния замкнутой системы. Предложены достаточные условия выполнения заданных ограничений на переменные состояния замкнутой системы при переходных процессах.

**Постановка задачи.** Рассматриваются динамические системы, которые могут быть представлены в виде:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2, \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} &= x_n, \\ \dot{x}_n &= f(x) + g(x)u,\end{aligned}\tag{1}$$

где  $x = (x_1, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n$  – вектор состояния системы,  $u \in \mathbb{R}$  – скалярное управление, функции  $f(x)$  и  $g(x)$  локально липшицевы,  $g(x) \neq 0$  при всех  $x \in \mathbb{R}^n$ .

Для заданных положительных констант  $M_j > 0$ ,  $j \in \overline{1, n}$ , требуется найти обратную связь  $u = u(x)$ , обеспечивающую для начальных значений  $x(0)$ , удовлетворяющих неравенствам  $|x_j(0)| < M_j$ ,  $j \in \overline{1, n}$ , выполнение условия  $\|x(t)\| \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow +\infty$  с учетом ограничений на состояние:

$$|x_j(t)| < M_j, \quad j \in \overline{1, n}, \quad t \geq 0.\tag{2}$$

Здесь  $\|\cdot\|$  – евклидова норма в  $\mathbb{R}^n$ .

**Синтез стабилизирующего управления и оценки для абсолютных величин переменных состояния замкнутой системы.** Стабилизирующее управление с использованием метода линеаризации обратной связью выбирается в виде

$$u = \frac{1}{g(x)} (f(x) - \sum_{i=1}^n \kappa_{in} x_i),\tag{3}$$

где коэффициенты усиления  $\kappa_{in} > 0$  записываются следующим образом:

$$\kappa_{nn} = \sum_{s=1}^n \bar{c}_s, \quad \kappa_{1n} = \prod_{s=1}^n \bar{c}_s,$$

$$\kappa_{n-s+1,n} = \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_s \leq n} \bar{c}_{i_1} \bar{c}_{i_2} \dots \bar{c}_{i_s}, \quad s = \overline{2, n-1}.$$

Здесь постоянные  $\bar{c}_j > 0$ ,  $j \in \overline{1, n}$ , выбираются в виде

$$\bar{c}_1 = c_1, \quad \bar{c}_j = c_j N_j^2, \quad j = \overline{2, n},$$

где  $c_j > 0$ ,  $N_j > 0$ ,  $j \in \overline{1, n}$ , – произвольные положительные константы, удовлетворяющие неравенствам

$$\begin{aligned}M_1 &\geq \tilde{M}_1 = N_1, \quad M_2 \geq \tilde{M}_2 = N_2 + c_1 \tilde{M}_1, \quad M_3 \geq \tilde{M}_3 = N_3 + c_1 \tilde{M}_2 + c_2 N_2^3, \\ M_4 &\geq \tilde{M}_4 = N_4 + c_1 c_2 N_2^2 \tilde{M}_2 + (c_1 + c_2 N_2^2) \tilde{M}_3 + c_3 N_3^3, \\ M_j &\geq \tilde{M}_j = N_j + \sum_{s=2}^{j-2} \kappa_{j-s-1, j-2} \tilde{M}_{j-s} + \kappa_{j-2, j-2} \tilde{M}_{j-1} + c_{j-1} N_{j-1}^3, \quad j \in \overline{5, n}.\end{aligned}$$

Доказано, что система (1), замкнутая обратной связью (3), глобально асимптотически устойчива в точке  $x = 0$  и при любых начальных значениях  $x(0)$ , таких, что выполнены условия

$$|x_1(0)| < N_1, |x_j(0) + \sum_{i=1}^{j-1} \kappa_{i,j-1} x_i(0)| < N_j, \quad j \in \overline{2, n},$$

для абсолютных значений переменных состояния замкнутой системы (1) справедливы оценки

$$|x_j(t)| < \tilde{M}_j, \quad j \in \overline{1, n}, \quad t \geq 0,$$

гарантирующие выполнение ограничений (2).

**Заключение.** Решена задача стабилизации нулевого значения вектора состояния нелинейных динамических систем специального вида с учетом ограничений на абсолютные величины переменных состояния. Получены оценки для максимальных значений абсолютных величин переменных состояния замкнутой обратной связью системы.

*Работа выполнена по теме государственного задания  
(№ госрегистрации 124012500443-0)*

#### Список источников

- [1] Ngo K.B., Mahony R., Jiang Z.P. Integrator backstepping using barrier functions for systems with multiple state constraints. *Proc. 44th IEEE Conf. on Decision and Control, and the European Control Conf.* Seville, Spain, 2005, pp. 8306–8312.
- [2] Голубев А.Е. Стабилизация нелинейных динамических систем с учетом ограничений на состояния при помощи метода бэкстеппинга. *Дифференциальные уравнения*, 2024, т. 60, № 5, с. 660–671.
- [3] Голубев А.Е. Стабилизация цепочки интеграторов произвольного порядка с учетом ограничений на состояние. *Известия РАН. Теория и системы управления*, 2025, № 3, с. 134–146.
- [4] Krstić M., Kanellakopoulos I., Kokotović P.V. *Nonlinear and adaptive control design*. John Wiley and Sons, 1995, 563 p.

УДК 624.042.8

## Оценка эквивалентной нагрузки приходящей на элементы конструкции, закрепленные на силовой раме, при ударном нагружении

Заболотский Антон Сергеевич<sup>1,2(\*)</sup>

zab-anton2008@yandex.ru

Капустин Евгений Александрович<sup>2</sup>

<sup>1</sup> НИУ «МЭИ», Москва, Россия

<sup>2</sup> АО «НИКИЭТ», Москва, Россия

**Аннотация.** Представлена расчетная методика определения эквивалентной нагрузки, приходящей на отдельные элементы конструкции, которые закреплены на силовой раме, к которой приложено ударное нагружение при помощи математического моделирования. Основные закономерности эквивалентной нагрузки от геометрии силовой рамы и метода крепления внутренних элементов.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, эквивалентная нагрузка, ударное нагружение

## Estimating the equivalent load applied to structural elements attached to a load frame under impact loading

Zabolotsky Anton Sergeevich<sup>1,2(\*)</sup>

zab-anton2008@yandex.ru

Kapustin Evgeny Aleksandrovich<sup>2</sup>

<sup>1</sup> National Research University Moscow Power Engineering Institute, Moscow, Russia

<sup>2</sup> NIKIET JSC, Moscow, Russia

**Abstract.** A calculation method for determining the equivalent load on individual structural elements attached to a load-bearing frame subjected to impact loading is presented using mathematical modeling. The key factors determining the equivalent load depend on the load-bearing frame geometry and the method of fastening the internal elements.

**Keywords:** mathematical modeling, equivalent load, impact loading

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Бондаренко А.Ю. Математическое моделирование переходных процессов при наземных испытаниях изделий ракетно-космической техники. *Космонавтика и ракетостроение*, 2016, № 7 (92), с. 48–52.
- [2] Бондаренко А.Ю., Сидоров В.В. Методический подход к наземной отработке конструкций ракетно-космической техники при нагрузках, возникающих в результате переходных процессов. *Космонавтика и ракетостроение*, 2016, № 3 (88), с. 77–82.

УДК 519.233

## Параметрические модели в форсированных испытаниях

Сунчалина Анна Леонидовна<sup>(\*)</sup>

sunchalina@mail.ru

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Рассмотрены вопросы применения форсированных испытаний для определения показателей надежности технических систем. Нарботки изделий характеризуются как непрерывными, так и дискретными случайными величинами. Предложены новые параметрические модели и методы оценивания их параметров для обработки результатов форсированных испытаний. Введены новые модели двумерных распределений с заданными маргинальными распределениями и носителями плотности специального вида.

**Ключевые слова:** форсированные испытания, параметрические модели

## Parametric models in accelerated testing

Sunchalina Anna Leonidovna<sup>(\*)</sup>

sunchalina@mail.ru

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** This article examines the application of forced testing to determine the reliability of technical systems. Product performance is characterized by both continuous and discrete random variables. New parametric models and methods for estimating their parameters are proposed for processing forced testing results. New two-dimensional distribution models with specified marginal distributions and special density carriers are introduced.

**Keywords:** accelerated testing, parametric models

## Список источников

- [1] Ветров Л.Г., Сунчалина А.Л. Об оценке корреляции между одновременно ненаблюдаемыми наработками изделий радиоэлектроники в двух режимах. *Успехи современной радиоэлектроники*, 2008, № 2, с. 40–44.

УДК 51.72

## Параметрические переходы в бистабильной модели нейрона

Петров Михаил Михайлович<sup>(\*)</sup>

mikh.petrov@bk.ru

МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

**Аннотация.** Предложен подход к анализу абсолютной устойчивости билинейных систем, сводимых невырожденным преобразованием к уравнению второго порядка с параметрически управляемыми коэффициентами. Получены явные условия Гурвица, критерий абсолютной неколебательности и условие Булгакова; по принципу максимума Понтрягина найдено экстремальное управление в форме обратной связи. Методика применена к модели Александрова — Сото: тепловой коэффициент трактуется как параметрическое управление; показано существование диапазона параметров, где постоянные возмущения сохраняют устойчивость, тогда как переключаемое управление возбуждает параметрический резонанс и переводит траекторию между аттракторами

**Ключевые слова:** билинейные управляемые системы, абсолютная устойчивость, параметрический резонанс, модель нейрона

## Parametric transitions in a bistable neuron model

Petrov Mikhail Mikhailovich<sup>(\*)</sup>

mikh.petrov@bk.ru

Lomonosov MSU, Moscow, Russia

**Abstract.** An approach to analyzing the absolute stability of bilinear systems reducible by a nondegenerate transformation to a second-order equation with parametrically controlled coefficients is proposed. Explicit Hurwitz conditions, a criterion for absolute non-oscillation, and a Bulgakov condition are obtained; an extremal feedback control is found using the Pontryagin maximum principle. The methodology is applied to the Alexandrov — Soto model: the thermal coefficient is treated as a parametric control; the existence of a parameter range is demonstrated where constant perturbations maintain stability, while switched control excites parametric resonance and transfers the trajectory between attractors.

**Keyword:** bilinear controlled systems, absolute stability, parametric resonance, neuron model

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Александров В.В., Жермоленко В.Н. Об абсолютной устойчивости систем второго порядка. *Вестник Московского университета. Математика. Механика*, 1972, № 5, с. 102–108.
- [2] Бугров Д.И., Петров М.М. Параметрическое возбуждение в модели афферентного первичного нейрона. *Вестник Московского университета. Математика. Механика*, 2025, № 3, с. 83–86.

УДК 624.04:531.391.3

## Первая частота собственных колебаний пространственного покрытия

Грибова Ольга Валерьевна

Gribovaov@mpei.ru

SPIN-код: 6642-4984

НИУ «МЭИ», Москва, Россия

**Аннотация.** Рассмотрена схема пространственного покрытия с вертикальными опорами в виде стоек по периметру конструкции. Покрытие моделируется в виде фермы. Применяется метод Донкерлея для вывода формулы зависимости первой частоты собственных колебаний от числа панелей. Инерционные свойства покрытия моделируются массами в узлах фермы, совершающими вертикальные колебания. Для расчета жесткости покрытия используется формула Максвелла. Произведено сравнение результатов решений: аналитического и численного. Аналитические преобразования проводятся в системе символьной математики Maple. Решение для произвольного числа панелей получается методом индукции. Показано, что точность метода сильно зависит от четности числа панелей в ферме.

**Ключевые слова:** пространственная ферма, собственная частота, метод индукции, метод Донкерлея, Maple, формула Максвелла

## The first frequency of natural oscillations of the spatial coating

Gribova Olga Valerievna

Gribovaov@mpei.ru

SPIN-code: 6642-4984

National Research University Moscow Power Engineering Institute, Moscow, Russia

**Abstract.** A spatial roof with vertical supports in the form of struts along the perimeter of the structure is considered. The roof is modeled as a truss. The Donckerley method is used to derive a formula for the dependence of the first natural frequency on the number of panels. The roof's inertial properties are modeled by masses at the truss nodes that oscillate vertically. Maxwell's formula is used to calculate the roof's rigidity. The results of the analytical and numerical solutions are compared. Analytical transformations are performed in the Maple symbolic mathematics system. The solution for an arbitrary number of panels is obtained by induction. It is shown that the accuracy of the method is highly dependent on the parity of the number of panels in the truss.

**Keywords:** spatial truss, natural frequency, induction method, Dunkerley method, Maple, Maxwell's formula

**Введение.** Расчет основной частоты собственных колебаний инженерных конструкций, как правило, выполняется в специализированных численных компьютерных программах, основанных на методе конечных элементов [1, 2]. В тех случаях, когда конструкция статически определима, возможен и аналитиче-

ский метод, дающий простую возможность для оценки характеристик объекта [3]. Для приближенного вычисления первой частоты известны метод Донкерлея (оценка снизу) и метод Рэлея (оценка сверху) [2]. Эти методы применимы и для аналитического расчета регулярных конструкций в тех случаях, когда требуется найти зависимость решения от числа панелей в регулярной конструкции. Аналитическое решение, полученное для произвольного порядка сооружения, позволяет без потери точности рассчитывать масштабные сооружения периодической структуры с большим числом элементов. Особенный эффект от применения аналитических методов достигается в пространственных конструкциях, расчет которых требует больших вычислительных мощностей.

**Методы и материалы; результаты.** Основной алгоритм, используемый для вывода расчетных формул для регулярных конструкций, является метод индукции с применением системы компьютерной математики. Для вывода формулы зависимости основной собственной частоты колебаний плоской фермы используется упрощенный метод Донкерлея, дающий большую точность, чем исходный метод Донкерлея. В настоящей работе этот упрощенный метод Донкерлея применяется для пространственной стержневой конструкции.

**Заключение.** Для пространственной модели шарнирно-стержневого покрытия выведена формула оценки первой частоты собственных колебаний. Сравнение с численным решением, полученным стандартным способом с помощью собственных чисел матрицы с учетом всех степеней свободы, для принятой модели фермы показало хорошую точность найденного аналитического решения. Замечены значительные скачки точности (до 30 %) в зависимости от четности числа панелей. Используемый алгоритм можно использовать в других статически определимых конструкциях.

#### Список источников

- [1] Кирсанов М.Н. Прогиб и первые собственные частоты колебаний регулярной арочной фермы. *Электронные библиотеки*, 2025, № 2, т. 28, с. 364–377. <https://doi.org/10.26907/1562-5419-2025-28-2-364-377>
- [2] Кирсанов М.Н., Грибова О.В. Нижняя оценка первой частоты собственных колебаний прямоугольного пространственного покрытия. *Строительная механика и конструкции*, 2025, № 1 (44), с. 7–15. <https://doi.org/10.36622/2219-1038.2025.44.1.001>
- [3] Кирсанов М.Н. *Плоские фермы. Прогибы и частоты колебаний: справочник*. Москва, ИНФРА-М, 2025, 196 с.

УДК 629.788

## Подход к моделированию процесса посадки лунного взлетно - посадочного комплекса с трансформируемым механическим посадочным устройством

Бычков Роман Сергеевич<sup>1</sup>

rbychkov96@mail.ru

Борzych Сергей Васильевич<sup>1</sup>

rigidbor@gmail.com

Бакулин Владимир Николаевич<sup>2</sup>

vbak@yandex.ru

<sup>1</sup> ПАО РКК «Энергия», Королёв, Россия<sup>2</sup> ИПРИМ РАН, Москва, Россия

**Аннотация.** Рассмотрен подход к моделированию процесса посадки лунного взлетно-посадочного комплекса (ЛВПК), оснащенного трансформируемым механическим посадочным устройством от момента контакта с грунтом до полной остановки. Разработана математическая модель движения, учитывающая особенности взаимодействия посадочного устройства с лунной поверхностью. Получены уравнения для расчета силовых факторов, действующих на корпус ЛВПК и отдельные элементы его посадочного устройства. Представлены результаты расчетов, демонстрирующих практическую применимость и преимущества предложенного подхода.

**Ключевые слова:** лунный взлетно-посадочный комплекс, моделирование процесса посадки, посадочное устройство, математическая модель движения

## An approach to modeling the landing process of a lunar landing complex with a transformable mechanical landing device

Bychkov Roman Sergeevich<sup>1</sup>

rbychkov96@mail.ru

Borzykh Sergey Vasilievich<sup>1</sup>

rigidbor@gmail.com

Bakulin Vladimir Nikolaevich<sup>2</sup>

vbak@yandex.ru

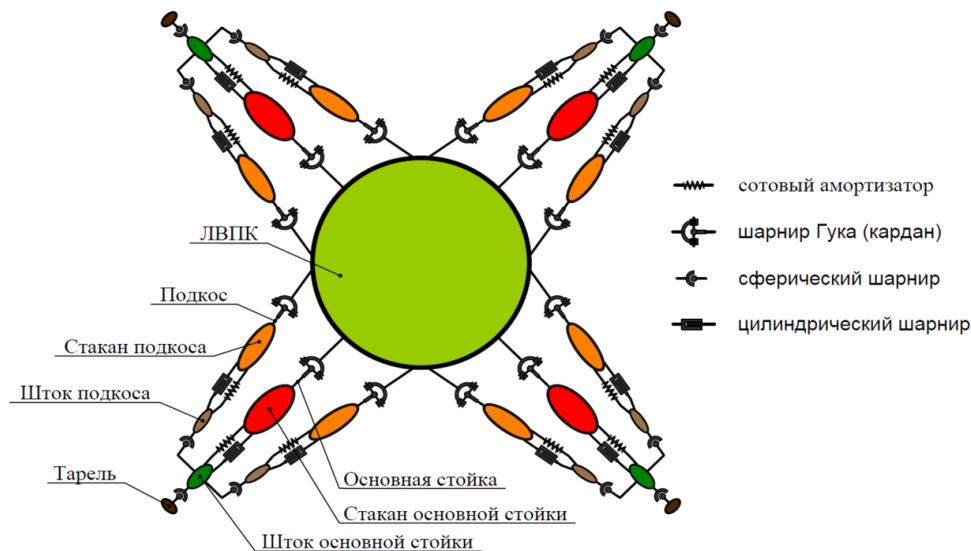
<sup>1</sup> PJSC Rocket and Space Corporation Energia, Korolev, Russia<sup>2</sup> Institute of Applied Mechanics of RAS, Moscow, Russia

**Abstract.** An approach to simulating the landing process of a lunar lander, equipped with a transformable mechanical landing gear from its initial contact with the ground to its complete stop, is considered. A mathematical model of the motion that takes into account the features of the interaction of the landing gear with the lunar surface is developed. Equations for calculating the force factors, acting on the body of the lunar lander and individual elements of its landing gear, are obtained. Calculation results, demonstrating the practical applicability and advantages of the proposed approach, are presented.

**Keywords:** lunar lander, landing process simulation, landing gear, mathematical motion model

**Введение.** Проблема обеспечения безопасной посадки является одной из ключевых при реализации лунных миссий [1]. В связи с этим посадочное устройство ЛВПК должно обладать повышенной надежностью и обеспечивать выполнение требований, предъявляемых к процессу посадки на участке его взаимодействия с грунтом. Поскольку наземная экспериментальная отработка посадки в полной мере невозможна из-за ограниченных возможностей стендов [2], существует необходимость в создании математической модели, учитывающей все особенности данного процесса.

**Методы и материалы; результаты.** Для моделирования динамики процесса посадки ЛВПК на участке взаимодействия его посадочного устройства с грунтом используется подход, основанный на методах динамики структурно-сложных систем, применяемых для решения таких задач как раскрытие крупногабаритных трансформируемых конструкций, разделение ступеней ракет и т. д., в рамках которого корпус ЛВПК и элементы посадочного устройства (см. рисунок) рассматриваются как отдельные тела, а их взаимодействие с другими телами системы учитываются в виде сил и моментов реакций связей, которые подлежат дополнительному определению.



Кинематическая схема посадочного устройства ЛВПК

Для каждого тела записываются уравнения поступательного и вращательного движения в правые части, которых входят внешние и внутренние силовые факторы. К внешним силовым факторам относятся: воздействие двигателей мягкой посадки на корпус, силы реакции грунта действующие на тарели посадочного устройства и сила тяжести. Взаимодействие с грунтом описывается реологической моделью Фойгта [3]. Внутренние силовые факто-

ры определяются с помощью специальных уравнений связей, основанных на нерасхождении общей точки двух взаимодействующих тел и равенстве их угловых скоростей тел, вид которых зависит от типа соединения.

Полученная математическая модель дает возможность оценить успешность процесса посадки с заданной конструкцией посадочного устройства и энергетической характеристикой амортизаторов, для различных сочетаний исходных данных (начальные кинематические параметры движения и углы ориентации ЛВПК, угол уклона посадочной поверхности, механические свойства грунта). Кроме того на основании проведения большого количества расчетов может быть выбрана энергетическая характеристика сотовых амортизаторов, определены области устойчивости движения ЛВПК и максимальные усилия реализуемые в узлах сочленения элементов системы при заданных диапазонах начальных условий посадки, что может быть особенно полезным на ранних этапах проектирования.

**Заключение.** Основанная на предложенном подходе математическая модель позволяет предсказывать поведение ЛВПК в ходе посадки на лунную поверхность и оптимизировать параметры механической системы, что способствует повышению безопасности и надежности операции. Одним из преимуществ такого подхода в отличие от существующих работ по моделированию данного процесса [4, 5], является его универсальность и возможность адаптации к различным кинематическим схемам механического посадочного устройства, а также к возможным нештатным ситуациям.

#### Список источников

- [1] Bakulin V.N., Borzykh S.V., Bychkov R S. Simulating the Process of Transforming the Supports of the Mechanical Landing Device of the Lunar Lander during the Contact Phase with the Surface. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2025, vol. 54, no. 3, pp. 223–230.
- [2] Бакулин В.Н., Борzych С.В., Бычков Р.С., Терешина К.В. Анализ возможностей и ограничений наземной экспериментальной отработки процессов трансформации ракетно-космических конструкций. *Фундаментальные и прикладные задачи механики. Междунар. науч. конф.: матер.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2021, ч. 2, с. 102–107.
- [3] Вязлов С.С. *Реологические основы механики грунтов*. Москва, Высшая школа, 1978, 477 с.
- [4] Баженов В.И., Осин М.С. *Посадка космических аппаратов на планеты*. Москва, Машиностроение, 1978, 159 с.
- [5] Буслаев С.П. Моделирование посадки космических аппаратов на грунты Венеры и Фобоса. *Полет*, 2011, № 1, с. 35–40.

УДК 532.5

## Поле температур при сдвиговом течении вязкой жидкости между двумя плоскостями

Берестова Светлана Александровна

s.a.berestova@urfu.ru

SPIN-код: 3396-6210

Просвириков Евгений Юрьевич

SPIN-код: 3880-5690

УрФУ, Екатеринбург, Россия

**Аннотация.** Рассмотрено вязкое крупномасштабное течение несжимаемой жидкости с признаками геометрической анизотропии. Нижняя граница нагревается, а к верхней границе прикладывается давление. Система уравнений, описывающая гидродинамику жидкости, основана на уравнениях Навье — Стокса, которые описывают движение вязкой жидкости в стационарных условиях. Тепловые и механические взаимодействия влияют как на поля температуры, так и на поля скоростей. Теплопередача в слое жидкости игнорируется, поскольку рассматривается только передача энергии через уравнение теплопроводности. Уравнение неразрывности дополняет систему уравнений для несжимаемых жидкостей. Наличие горизонтальных составляющих температурных градиентов уменьшает возможность учета конвективных потоков, вызванных сдвигом в горизонтальных плоскостях, по сравнению с классическими потоками Куэтта, где поток движущейся жидкости ограничен одним направлением. Структура гидродинамических полей, предложенная в этом исследовании, позволяет нам разработать точное решение для системы уравнений, описывающих конвективные потоки в вихревой диссипативной среде. Этот метод учитывает влияние сил инерции на передачу импульса и температуры в жидкостях.

**Ключевые слова:** сдвиговое течение, точки стагнации, поле температур, изолинии температур, конвективность

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 25-29-00339.*

## Temperature field for shear flow of a viscous fluid between two planes

Berestova Svetlana Alexandrovna

s.a.berestova@urfu.ru

SPIN-код: 3396-6210

Prosviryakov Evgeny Yurievich

SPIN-code: 3880-5690

*Ural Federal University, Ekaterinburg, Russia*

**Abstract.** A viscous, large-scale flow of an incompressible fluid with indications of geometric anisotropy is considered. The lower boundary is heated and the upper boundary has pressure applied. The system of equations that describes fluid hydrodynamics is based on the Navier-Stokes equations, which describe the motion of a viscous fluid under stationary conditions. Due to thermal and mechanical interactions, both the temperature and velocity fields are affected. Heat transfer in the liquid layer is ignored, as only energy transfer through the equation of thermal conductivity is considered. The continuity equation completes the set of equations for incompressible fluids. The presence of horizontal components of temperature gradients reduces the consideration of convective flows induced by shear in horizontal planes, compared to classical Couette flows where the flow of moving liquid is restricted to one direction. The structure of hydrodynamic fields proposed in this study allows us to develop an accurate solution for a system of equations that describe convective flows in a vortex, dissipative medium. This method takes into account the influence of inertial forces on the transportation of momentum and temperature in liquids.

**Keywords:** shear flow, stagnation points, temperature field, temperature isolines, connectivity

*The research was funded by a grant from the Russian Science Foundation  
(Grant No. 25-29-00339).*

УДК 681.5

## Построение инвариантного множества и синтез системы управления с обратной связью по состоянию

Полянина Анна Сергеевна<sup>1,2</sup>

as.polyanina@mail.ru

SPIN-код: 6398-9241

<sup>1</sup> НИУ МГСУ, Москва, Россия

<sup>2</sup> МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

**Аннотация.** Существование инвариантного множества является важным условием в решении задач синтеза управления, поскольку включает начальное состояние системы: с помощью соответствующих управляющих воздействий программные траектории будут удерживаться внутри множества. Выпуклое и компактное инвариантное множество, содержащее начало координат, может формировать функцию Ляпунова. Поверхность уровня функции Ляпунова будет являться границей такого множества. Рассмотрен синтез нелинейной системы управления с использованием метода функций Ляпунова. Выбранная форма инвариантного множества имеет практическую значимость в задачах планирования траекторий шагающих машин, когда система должна периодически соприкасаться с поверхностью, чтобы двигаться.

**Ключевые слова:** инвариантное множество, функция Ляпунова, система управления, устойчивость

## Design of an invariant set and synthesis of a state feedback control system

Polyanina Anna Sergeevna<sup>1,2</sup>

as.polyanina@mail.ru  
SPIN-code: 6398-9241

<sup>1</sup> National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia

<sup>2</sup> Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

**Abstract.** The existence of an invariant set is an important condition in solving control synthesis problems, since it includes the initial state of the system: with the help of appropriate control actions, program trajectories will be kept inside the set. A convex and compact invariant set containing the origin can form a Lyapunov function. The level surface of the Lyapunov function will be the boundary of such a set. The synthesis of a nonlinear control system using the Lyapunov function method is considered. The chosen form of the invariant set has practical significance in trajectory planning problems for walking machines, where the system must periodically contact a surface to move.

**Keywords:** invariant set, Lyapunov function, control system, stability

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Polyanina A.S. Construction of mathematical model for the controlled dynamics of connected bodies system in robotics. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2021, art. no. 012055. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/1030/1/012055>
- [3] Rodrigues B., Martin L., Santana A. *On invariant control sets for control systems on  $S^3$* . URL: [https://www.researchgate.net/publication/373753500\\_On\\_invariant\\_control\\_sets\\_for\\_control\\_systems\\_on\\_S3](https://www.researchgate.net/publication/373753500_On_invariant_control_sets_for_control_systems_on_S3) (accessed 12.03.2025).
- [4] Канатников А.Н., Крищенко А.П. *Инвариантные компакты динамических систем*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011, 231 с.
- [5] Мельдианова В.А., Кугушев Е.И. Об инвариантных множествах механических систем. *Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН*, 2002, № 19, 32 с.

УДК 539.3

## Построение математических моделей деформированного состояния материала на операции вытяжка с утонением стенки с учетом градиентного характера распределения

Олехвер Алексей Иванович

Шувалов Даниил Михайлович<sup>(\*)</sup>

shuvalov\_dm@voenmeh.ru

Ремшев Евгений Юрьевич

Расулов Зайнодин Нурмагомедович

БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, Россия

**Аннотация.** Выявлены особенности при первой и последующих вытяжках с утонением стенки в матрицах с радиусным профилем образующей рабочей поверхности. Получена аналитическая зависимость для оценки степени деформации и уравнение множественной регрессии для оценки интенсивности деформаций.

**Ключевые слова:** вытяжка с утонением, степень деформации, радиусный профиль образующей рабочей полости матрицы

*Работа выполнена в рамках НИР (FZWF-2024-0006).*

## Construction of mathematical models of the deformed state of a material during a drawing operation with wall thinning, taking into account the gradient nature of the distribution

Olehver Alexey Ivanovich

Shuvalov Daniil Mikhailovich<sup>(\*)</sup>

shuvalov\_dm@voenmeh.ru

Remshev Evgeniy Yurievich

Rasulov Zainodin Nurmagomedovich

Baltic State Technical University named after D.F. Ustinov, Saint-Petersburg, Russia

**Abstract.** Characteristics of the first and subsequent drawings with wall thinning in dies with a radius profile of the working surface generatrix are identified. An analytical relationship for estimating the degree of deformation and a multiple regression equation for estimating the deformation intensity are derived.

**Keywords:** drawing with thinning, degree of deformation, radius profile of the generatrix of the working cavity of the matrix

*This work was financially supported by (Project No. FZWF-2024-0006).*

УДК 539.5

## Построение упругого состояния анизотропного тела в условиях стационарно-динамической задачи

Иванычев Дмитрий Алексеевич

lsivdmail@mail.ru

Балыкин Данила Игоревич

Ездакова Диана Владимировна

*ЛГТУ, Липецк, Россия*

**Аннотация.** Представлена методика построения напряженно-деформированного состояния трансверсально-изотропных тел вращения, находящегося под воздействием осесимметричных поверхностных сил, изменяющихся с течением времени с постоянной скоростью вдоль оси вращения. Методом замены переменной динамическая задача сводится к статической с поправкой на корни векового уравнения. Далее решение строится средствами метода граничных состояний. Формируются базисы пространств внутренних и граничных состояний, и проводится их ортогонализация. Далее искомое состояние раскладывается в ряд Фурье по элементам ортонормированного базиса, и вычисляются коэффициенты этого ряда через граничные условия.

**Ключевые слова:** анизотропные тела, метод граничных состояний, динамические задачи, тела вращения

## Construction of the elastic state of an anisotropic body under conditions of a stationary - dynamic problem

Ivanichev Dmitry Alekseevich

lsivdml@mail.ru

Balykin Danila Igorevich

Ezdakova Diana Vladimirovna

*Lipetsk State Technical University, Lipetsk, Russia*

**Abstract.** This paper presents a method for constructing the stress-strain state of transversely isotropic solids of revolution subject to axisymmetric surface forces changing over time at a constant velocity along the axis of rotation. Using a variable substitution method, the dynamic problem is reduced to a static one, with a correction for the roots of the secular equation. The solution is then constructed using the boundary state method. Bases for the spaces of internal and boundary states are formed and orthogonalized. The desired state is then expanded into a Fourier series in terms of the elements of the orthonormal basis, and the coefficients of this series are calculated using the boundary conditions.

**Keywords:** anisotropic bodies, boundary state method, dynamic problems, bodies of revolution

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Александров А.Я., Соловьев Ю.И. *Пространственные задачи теории упругости (применение методов теории функций комплексного переменного)*. Москва, Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1978, 464 с.
- [2] Пеньков В.Б., Пеньков В.В. Метод граничных состояний для решения задач линейной механики. *Дальневосточный математический журнал*, 2001, т. 2, № 2, с. 115–137.
- [3] Иванычев Д.А. Моделирование напряженно-деформированного состояния в условиях краевой стационарной динамической задачи для анизотропного тела. *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества*, 2025, т. 22, № 1, с. 50–61. <https://doi.org/10.31429/vestnik-22-1-50-61>
- [4] Лурье А.И. *Пространственные задачи теории упругости*. Москва, Госиздат технико-теоретической литературы, 1955.

УДК 517.977

## Поступательные движения тела с подвижной внутренней массой

Хорошева Анна Александровна<sup>(\*)</sup>

a.khoroscheva@yandex.ru

Черноусько Феликс Леонидович

SPIN-код: 6732-4423

ИПМех РАН, Москва, Россия

**Аннотация.** Рассмотрено движения механической системы, состоящей из твердого тела и перемещающейся внутри него массы. Управление движением осуществляется за счет силы взаимодействия между телом и внутренней массой. Система движется в среде, сопротивление которой направлено против скорости тела. Показано, что построенные траектории приближаются к периодическим режимам, которым соответствует средняя скорость перемещения системы. Определена зависимость средней скорости движения от параметров системы.

**Ключевые слова:** нелинейная динамика, квадратичное сопротивление, мобильные роботы

## Progressive motions of a body with an internal mobile mass

Khorosheva Anna Aleksandrovna<sup>(\*)</sup>

a.khoroscheva@yandex.ru

Chernousko Felix Leonidovich

SPIN-code: 6732-4423

IPMech RAS, Moscow, Russia

**Abstract.** Motions of a mechanical system consisting of a rigid body and a mass moving inside it are considered. Motion control is carried out due to the force of interaction between the body and the internal mass. The system moves in an environment whose resistance is directed against the velocity of the body. It is shown that the constructed trajectories approach periodic motions, which correspond to the average velocity of the system. The dependence of the average speed of movement on the system parameters is determined.

**Keywords:** nonlinear dynamics, quadratic resistance, mobile robots

**Введение.** Капсульными роботами или вибророботами называются мобильные роботы, движение которых основано на управляемом перемещении внутренних подвижных масс. Такие роботы не имеют внешних подвижных элементов. Ключевое преимущество таких систем — герметичный и гладкий корпус, что делает их перспективными для выполнения разных задач, например мониторинга и доставки грузов. Динамика вибророботов в среде с квадратичным сопротивлением изучалась в ряде работ, например [1–3]. Обзор и анализ литературы по данной тематике представлен в работе [2].

В работе исследуются поступательные движения тела (корпуса) с внутренней подвижной массой в среде при квадратичном законе сопротивления. В качестве управления принимается сила взаимодействия корпуса и внут-

ренной массы. Такой подход позволяет обеспечить непрерывное изменение скорости корпуса и исключить удары. Построены траектории разгона системы и показано, что ее движения приближаются к периодическим режимам. Для этих установившихся режимов определены средние скорости поступательного движения. Представлены и проанализированы зависимости средней скорости от параметров системы. Таким образом, проведенное исследование позволяет оценить транспортные возможности локомотивной системы.

**Уравнения движения механической системы.** Рассматривается управляемая система, состоящая из двух твердых тел: корпуса массы  $M$  и внутреннего тела массы  $m$ . Система движется поступательно и прямолинейно вдоль оси  $x$  в жидкости, которая действует на корпус квадратичной силой сопротивления. Сила взаимодействия между телами реализуется двигателем внутри корпуса.

Уравнения движения системы после перехода к безразмерным переменным имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{v} &= \begin{cases} -c_+ v^2 - u & \text{при } v \geq 0; \\ c_- v^2 - u & \text{при } v < 0; \end{cases} \\ \mathfrak{x}(\dot{v} + \dot{\eta}) &= u, \quad \dot{x} = v, \quad \dot{\xi} = \eta, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\mathfrak{x} = m/M$ ,  $u$  — управление, которое принимаем равным  $\pm 1$ ;  $x$  — смещение корпуса относительно некоторой инерциальной системы координат;  $v$  — скорость корпуса;  $\xi$  — смещение внутренней массы относительно корпуса;  $\eta$  — скорость этой массы относительно корпуса;  $c_+$  и  $c_-$  — коэффициенты сопротивления при движении корпуса «вперед» и «назад» соответственно. Полагаем  $c_+ < c_-$ .

**Расчет движений.** Рассматриваются поступательные движения тела (корпуса) с внутренней подвижной массой, управляемой силой взаимодействия корпуса с внутренней массой.

Предположим, что внутренняя масса совершает колебания относительно корпуса внутри некоторой полости безразмерной длины  $l$ . Введем моменты времени:  $\theta$  — момент достижения внутренней массой конца полости;  $T$  — момент возвращения этой массы к началу полости;  $\tau_0$  и  $\tau_*$  — моменты смены знака скорости  $v(t)$  с «+» на «-» и с «-» на «+» соответственно.

Имея в виду разгон и торможение внутренней массы, полагаем, что управляющая сила должна чередовать участки положительных и отрицательных значений как при движении массы от 0 до  $l$ , так и при движении от  $l$  до 0. Моменты изменения значения управляющей силы с «1» на «-1» обозначим  $\tau_1$ , а с «-1» на «1» —  $\tau_2$ . Характерные моменты времени  $\theta$ ,  $T$ ,  $\tau_0$ ,  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ ,  $\tau_*$  заранее неизвестны и подлежат определению в процессе решения.

Интегрируя уравнения (1) при начальных условиях  $v(0) = v_0$ ,  $x(0) = \eta(0) = \xi(0) = 0$  последовательно построим функции  $v(t)$ ,  $x(t)$ ,  $\eta(t)$ ,  $\xi(t)$  на всем интервале  $[0, T]$ .

Моменты  $\tau_*$  и  $\tau_0$  определяются равенствами  $v(\tau_*) = 0$ ,  $v(\tau_0) = 0$ . Численно решая систему уравнений:  $\eta(\theta) = 0$ ,  $\xi(\theta) = l$ , находим  $\tau_1$  и  $\theta$ . Незвестные  $\tau_2$  и  $T$  находим как решение системы:  $\eta(T) = 0$ ,  $\xi(T) = 0$ .

Исследовались многократные повторения построенных движений, при которых скорость, достигнутая в конце каждого цикла, принималась в качестве начальной скорости для следующего цикла. Как показали численные расчеты, после многократного повторения движение приближается к режиму, периодическому по скорости, для которого имеет место условие:  $v(0) = v(T)$ . Такой режим в частном случае рассмотрен в работе [2]. Периодические режимы, выработанные в результате многократных повторений, представляют собой движения, которые могут осуществляться длительное время. Важной их характеристикой является средняя скорость перемещения, которая отражает возможности данной системы как транспортного средства. Получены зависимости средней скорости от параметров.

**Заключение.** Исследованы возможные поступательные движения управляемой системы, состоящей из двух твердых тел: корпуса и внутренней подвижной массы. Движение системы происходит в среде с квадратичным сопротивлением, зависящим от направления скорости корпуса. Управление реализуется за счет внутренней силы взаимодействия. Построены возможные траектории движения при различных параметрах системы. Показано, что движения приближаются к периодическим режимам, которые могут осуществляться длительное время. Определена средняя скорость перемещения в зависимости от параметров системы.

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда  
№ 23-11-00128.*

#### Список источников

- [1] Fang H.B., Xu J. Dynamics of a Mobile System with an Internal Acceleration-controlled Mass in a Resistive Medium. *J. of Sound and Vibration*, 2011, vol. 330, pp. 4002–4018.
- [2] Черноусько Ф.Л., Болотник Н.Н. *Динамика мобильных систем с управляемой конфигурацией*. Москва, Физматлит, 2022, 464 с.
- [3] Глазков Т.В., Черноусько Ф.Л. Периодические движения в жидкости тела, управляемого силой его взаимодействия с внутренней массой. *Доклады РАН. Физика, технические науки*, 2024, т. 518, с. 35–42.

УДК 531.3

## **Применение кватернионов для создания скоростных методов составления дифференциальных уравнений для систем твердых тел с переменной длиной звеньев**

**Мухарлямов Роберт Гарабшевич**

**Борисов Андрей Валерьевич<sup>(\*)</sup>**

BorisowAndrej@yandex.ru

**Каспирович Иван Евгеньевич**

**Маслова Ксения Сергеевна**

*Российский университет дружбы народов, Москва, Россия*

**Аннотация.** Представлены результаты разработки методологии использования кватернионов для ускорения составления дифференциальных уравнений для систем твердых тел применительно к созданию экзоскелетов с переменной длиной звеньев.

**Ключевые слова:** кватернион, уравнения динамики, система твердых тел, экзоскелет, звено переменной длины

*Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда, № 25-21-00153.*

## Using quaternions to create high-speed methods for formulating differential equations for systems of rigid bodies with variable link lengths

Mukharlyamov Robert Garabsheovich

Borisov Andrey Valerievich <sup>(\*)</sup>

BorisowAndrej@yandex.ru

Kaspirovich Ivan Evgenievich

Maslova Ksenia Sergeevna

RUDN, Moscow, Russia

**Abstract.** The results of the development of a methodology for using quaternions to speed up the compilation of differential equations for systems of rigid bodies as applied to the creation of exoskeletons with variable link lengths are presented.

**Keywords:** quaternion, dynamic equations, system of rigid bodies, exoskeleton, variable length link

*This work was supported by the Russian Science Foundation № 25-21-00153.*

### Список источников

- [1] Борисов А.В., Каспирович И.Е., Мухарлямов Р.Г. О математическом моделировании динамики многосвязных систем и экзоскелетов. *Известия РАН. Теория и системы управления*, 2021, № 5, с. 162–176.
- [2] Бадяева В.К., Каспирович И.Е., Мухарлямов Р.Г. Математическая модель тренажера «конь — наездник» и ее программная реализация в системе компьютерной математики Wolfram Mathematica. *Прикладная информатика*, 2024, т. 19, № 1, с. 38–56. <https://doi.org/10.37791/2687-0649-2024-19-1-38-56>
- [3] Журавлев В.Ф. *Основы теоретической механики*. Москва, Наука, 2001, 320 с.
- [4] Conway J.H., Smith D.A. *On Quaternions and Octonions: Their Geometry, Arithmetic, and Symmetry*. A K Peters, Ltd., 2003.
- [5] Sweetser D.B. *Doing Physics with Quaternions*. Doug Sweetser, 2005, 157 p.

УДК 629.7.05

## **Применение метода конечных элементов для определения гидродинамических параметров колебаний жидкости в торовых топливных баках разгонных блоков с радиальными перегородками**

**Афонина Екатерина Валерьевна**

ekaterina.afonina3@rsce.ru

*ПАО «РКК «Энергия», Королёв, Россия*

**Аннотация.** Описание возмущенного движения современных ракет-носителей (РН) и разгонных блоков (РБ) невозможно без учета подвижности жидкого наполнения их топливных баков, так как масса жидкого топлива может достигать 90 % от всей массы объекта управления. Колебания жидких компонентов топлива, возникающие вследствие резонанса колебаний исполнительных органов системы управления и собственных частот жидкостей, оказывают существенное влияние на динамические характеристики РН и РБ, особенно при движении на активных участках полета. При исследовании влияния колебаний жидкого наполнения топливных баков на движение РН и РБ необходимо знать гидродинамические параметры уравнений возмущенного движения, получаемые при решении краевой задачи на собственные значения. Однако аналитическое решение существует только для узкого круга задач, поэтому для решения краевых задач целесообразно применение численных методов. В свою очередь, основные программные пакеты не решают краевой задачи на собственные колебания жидкости в полости, в связи с чем проблема является актуальной. В данной работе методом конечных элементов (МКЭ) решается краевая задача на собственные значения для цилиндрического бака со сферическим днищем. Полученные МКЭ собственные частоты колебаний жидкости используются для расчета гидродинамических параметров, входящих в уравнения возмущенного движения РБ.

**Ключевые слова:** разгонный блок, краевая задача, собственная частота колебаний, гидродинамические параметры, метод конечных элементов

## Application of the finite element method to determine the hydrodynamic parameters of fluid oscillations in toroidal fuel tanks of upper stages with radial baffles

Afonina Ekaterina Valerievna

ekaterina.afonina3@rsce.ru

*PJSC Rocket and Space Corporation Energia, Korolev, Russia*

**Abstract.** The description of the disturbed motion of modern launch vehicles and upper stages is impossible without taking into account the mobility of the liquid filling of their fuel tanks, as the mass of the liquid fuel can reach 90 % of the total mass of the control object. The oscillations of the liquid fuel have a significant impact on the dynamic characteristics of the LV and US, especially during active flight stages. It is necessary to know the hydrodynamic parameters of the equations of perturbed motion to study the effect of fluctuations in the liquid filling of fuel tanks on the motion of the launch vehicle and upper stages. However, an analytical solution exists only for a narrow range of problems, so it is advisable to use numerical methods to solve the boundary value problem. In turn, the main software packages do not solve the boundary value problem for the natural oscillations of a liquid in a cavity, which makes the problem relevant. In this work, the boundary eigenvalue problem for a cylindrical tank with a spherical bottom is solved using the finite element method (FEM). The FEM-derived natural frequencies of fluid oscillations are used to calculate the hydrodynamic parameters that enter the equations of the perturbed motion of the upper stage.

**Keywords:** upper stages, boundary value problem, natural frequency of oscillation, hydrodynamic parameters, finite element method

УДК 531.38

## Применение метода оптимального раскачивания инсектоморфного робота

Голубев Юрий Филиппович<sup>1,2</sup>

Корянов Виктор Владимирович<sup>1</sup>

Мелкумова Елена Вадимовна<sup>2(\*)</sup>

elena.melkumova@math.msu.ru

<sup>1</sup> ИППМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

<sup>2</sup> МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

**Аннотация.** Для решения задачи спасения инсектоморфного робота из аварийного положения «навзничь» применен оригинальный метод поиска оптимального управления амплитудой колебаний вблизи положения равновесия для склерономной механической системы с дефицитом управления по одной колебательной степени свободы. Управление осуществляется путем изменения положения специально подобранной группы ног относительно корпуса робота. Эффективность разработанного алгоритма управления подтверждается результатами компьютерного моделирования полной динамики робота.

**Ключевые слова:** механическая система, колебания, амплитуда, управление, оптимизация, трение

## Application of the optimal swing method for an insectomorphic robot

Golubev Yury Filippovich<sup>1,2</sup>

Koryanov Viktor Vladimirovich<sup>1</sup>

Melkumova Elena Vadimovna<sup>2(\*)</sup>

elena.melkumova@math.msu.ru

<sup>1</sup> Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS, Moscow, Russia

<sup>2</sup> Lomonosov MSU, Moscow, Russia

**Abstract.** To solve the problem of rescuing an insectomorphic robot from a prone emergency position, an original method for finding optimal control of the oscillation amplitude near the equilibrium position is used for a scleronomic mechanical system with a control deficit in one oscillatory degree of freedom. Control is achieved by varying the position of a specially selected group of legs relative to the robot body. The effectiveness of the developed control algorithm is confirmed by the results of computer simulations of the robot's full dynamics.

**Keywords:** mechanical system, oscillations, amplitude, control, optimization, friction

УДК 621.865.8

## Принцип построения интеллектуального самоперемещающегося адаптивного протеза верхней конечности на основе параллельного робота «Октаэдральный додекапод»

Саяпин Сергей Николаевич

S.Sayapin@rambler.ru

*ИМАШ РАН, Москва, Россия*

**Аннотация.** Представлена новая концепция интеллектуального самоперемещающегося адаптивного протеза верхней конечности, построенного на основе робота-манипулятора параллельной структуры в виде октаэдрального додекапода. Показаны его конструктивные принципы, позволяющие обеспечить его самоперемещение и самоустановку на культю независимо от уровня ампутации, высокую удельную жесткость, а также надежное схватывание предметов независимо от их геометрической формы, размеров и физических свойств материала изготовления. Показаны примеры возможного применения протеза на его физических моделях.

**Ключевые слова:** самоперемещающийся протез верхней конечности, интеллектуальный протез, параллельный робот, октаэдральный додекапод

## Principle of constructing an intelligent self-moving adaptive upper limb prosthesis based on a parallel robot Octahedral dodekapod

Sayapin Sergey Nikolaevich

S.Sayapin@rambler.ru

*Mechanical Engineering Research Institute RAS, Moscow, Russia*

**Abstract.** A new concept of an intelligent self-shifting adaptive upper limb prosthesis based on a parallel structure robot manipulator in the form of an octahedral dodekapod is presented. Its design principles, which make it possible to ensure its self-moving and self-installation on the stump regardless of the level of amputation, high specific stiffness, as well as reliable grasping of objects regardless of their geometric shape, size and physical properties of the manufacturing material are shown. Examples of possible applications on physical models of the prosthesis are shown.

**Keywords:** self-moving upper limb prosthesis, intelligent prosthesis, parallel robot, octahedral dodekapod

УДК 533.6.071

## Разработка виртуальной модели сопла аэродинамической установки

Шекенов Манас Жолборсбекович<sup>1,2(\*)</sup>

manas.shekenov.02kg@gmail.com

Егоров Кирилл Сергеевич<sup>2</sup>

<sup>1</sup> НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

<sup>2</sup> МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

**Аннотация.** Рассмотрен процесс создания виртуальных моделей сопла аэродинамической установки, позволяющей варьировать число Маха, и последующий анализ его характеристик. Выполнены расчеты газодинамических параметров потока в сопле Лаваля. Цель исследования заключается в разработке виртуальных моделей сопла с использованием технологий 3D-сканирования и методов термогазодинамического расчета.

**Ключевые слова:** аэродинамическая установка, виртуальная модель, 3D-сканирование

*Работа выполнена в рамках госбюджетной тематики  
МГУ имени М.В. Ломоносова (№AAAA-A19-119012990115-5).*

## Development of a virtual model of the nozzle of an aerodynamic testing facility

Shekenov Manas Zholborsbekovich<sup>1,2(\*)</sup>

manas.shekenov.02kg@gmail.com

Egorov Kirill Sergeevich<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Institute of Mechanics of the Lomonosov MSU, Moscow, Russia

<sup>2</sup> Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

**Abstract.** In this work, the process of creating virtual models of a wind tunnel nozzle capable of varying the Mach number is examined, followed by an analysis of its performance characteristics. Calculations of the gas-dynamic parameters of the flow in a Laval nozzle have been performed. The purpose of the study is to develop virtual nozzle models using 3D scanning technologies and thermogasdynamic analysis methods.

**Keywords:** wind tunnel, virtual model, 3D scanning

*The work is carried out within the framework of the state-funded research program  
of Lomonosov Moscow State University (No. AAAA-A19-119012990115-5).*

УДК 621.865.8:519.6

## Решение обратной задачи кинематики манипуляционной системы робота с использованием генетического алгоритма

Карабанов Георгий Сергеевич<sup>1</sup>

gosha.100@bk.ru

Крахмалёв Никита Олегович<sup>2(\*)</sup>

krakhmalevnik@yandex.ru

<sup>1</sup> Росбиотех, Москва, Россия<sup>2</sup> МГТУ «СТАНКИН», Москва, Россия

**Аннотация.** Рассмотрены решения обратной задачи кинематики манипуляционных систем роботов с различной кинематической структурой на основе генетического алгоритма. Представлены два варианта генетических алгоритмов. Подобраны параметры и исследованы разные виды целевых фитнес-функций для генетического алгоритма. В качестве примера были рассмотрены решения обратной задачи кинематики для 3, 4 и 6-DoF кинематических схем роботов. На основе разработанных алгоритмов написано реализующее их программное обеспечение. Сделаны выводы об эффективности разработанных алгоритмов и способах их улучшения.

**Ключевые слова:** манипуляционные роботы, обратная задача кинематики, генетический алгоритм, математическое моделирование, программирование

## Solving the inverse kinematics problem of a robotic manipulation system using a genetic algorithm

Karabanov Georgy Sergeevich<sup>1</sup>

gosha.100@bk.ru

Krakhmalev Nikita Olegovich<sup>2(\*)</sup>

krakhmalevnik@yandex.ru

<sup>1</sup> Rosbiotech, Moscow, Russia<sup>2</sup> MSTU STANKIN, Moscow, Russia

**Abstract.** The solutions of the inverse kinematics problem of robot's manipulations system are observed. The solutions are founded on a genetic algorithm. These robots are with different kinematic structures. There are presented two variants of the genetic algorithms. Parameters are selected and different types of the fitness functions for the genetic algorithm are studied. As an example the solutions of the inverse kinematics problem for the 3, 4 and 6-DoF kinematic scheme of robots were observed. The implementing soft was written on the basis of developed algorithms. The conclusions of the efficiency of developed algorithms and methods of their upgrade are made.

**Keywords:** manipulation robots, inverse kinematic's problem, genetic algorithm, math modeling, programming

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Krakhmalev N.O., Korostelyov D.A. Solutions of the inverse kinematic problem for manipulation robots based on the genetic algorithm. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.*, 2020, vol. 747, no. 1, art. no. 012117. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/747/1/012117>
- [2] Krakhmalev O., Korchagin S., Pleshakova E., Nikitin P., Tsibizova O., Sycheva I., Liang K., Serdechnyy D., Gataullin S., Krakhmalev N. Parallel Computational Algorithm for Object-Oriented Modeling of Manipulation Robots. *Mathematics*, 2021, vol. 9, no. 22, art. no. 2886. <https://doi.org/10.3390/math9222886>
- [3] Krakhmalev O., Krakhmalev N., Liang K., Pleshakova E., Gataullin S. Efficient Parallel Computing Algorithms for Robotic Manipulator Kinematics. *Robotics*, 2025, vol. 14, no. 11, art. no. 154. <https://doi.org/10.3390/robotics14110154>
- [4] Панченко Т.В. *Генетические алгоритмы*. Астрахань, Издательский дом «Астраханский университет», 2007, 87 с.
- [5] Галемов Р.Т., Масальский Г.Б. Комбинированный поисковой метод решения обратной задачи кинематики многозвенного манипулятора. *Мехатроника, автоматизация, управление*, 2018, т. 19, № 7, с. 464–473. <https://doi.org/10.17587/mau.19.464-473>

УДК 621-192

## Робот с внутренним маховиком и пассивным хвостом

Климина Любовь Александровна

klimina@imec.msu.ru

НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

**Аннотация.** Робот на трех опорах совершает плоскопараллельное движение. В двух опорах действует анизотропное сухое трение, описываемое моделью [1]. У робота есть пассивный хвост — звено, закрепленное к корпусу спиральной пружиной. Управляющее воздействие — момент, приложенный к внутреннему маховику. Задача управления: сформировать периодический режим движения, при котором средняя скорость центра масс имеет заданное направление. Построено управление, при котором движение центра масс является безреверсным относительно целевого направления. Показано, что в определенном диапазоне параметров наличие пассивного хвоста позволяет увеличить среднюю скорость центра масс.

**Ключевые слова:** внутренние массы, робот на трех опорах

### Список источников

- [1] Zmitrowicz A. Mathematical Descriptions of Anisotropic Friction. *International Journal of Solids and Structures*, 1989, vol. 25 (8), pp. 837–862.

## Robot with an inner flywheel and a passive tail

Klimina Lyubov Alexandrovna

klimina@imec.msu.ru

*Institute of Mechanics of Lomonosov MSU, Moscow, Russia*

**Abstract.** A robot on three supports performs plane-parallel motion. Anisotropic dry friction acts in two supports; it is described via a model [1]. The robot has a passive tail that is the link attached to the body by a spiral spring. A control action is represented by a torque applied to an inner flywheel. The goal of the control is to form periodic motion with a prescribed direction of average velocity of the center of mass.

**Keywords:** internal masses, robot on three supports

УДК 533.6

## Сверхзвуковой вход маломассивного диффузного облака в атмосферу

Краснобаев Константин Васильевич<sup>1,2(\*)</sup> kvk-kras@list.ru  
Котова Гвиана Юрьевна<sup>1</sup>

<sup>1</sup> МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

<sup>2</sup> ИКИ РАН, Москва, Россия

**Аннотация.** Рассмотрено проникновение газового облака в плоский слой, распределение параметров в котором следует барометрической формуле. В отличие от большинства ранее выполненных работ не предполагается, что число Фруда велико. В настоящей работе исследовано влияние числа Фруда на движение облака, масса которого не превосходит массы такого же объема газа в атмосфере. Целью при этом является определение объема и формы облака в процессе деформации. В результате компьютерного моделирования определена зависимость величины объема от скорости облака и от отношения плотности в облаке к характерной плотности в атмосфере. Оценено влияние изменения объема облака на интегральный по объему поток рекомбинационного излучения.

**Ключевые слова:** сверхзвуковое движение, газовое облако, число Фруда

## Supersonic entry of a low-mass diffuse cloud into the atmosphere

Krasnobaev Konstantin Vasilievich<sup>1,2(\*)</sup> kvk-kras@list.ru  
Kotova Guiana Yurievna<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Lomonosov MSU, Moscow, Russia

<sup>2</sup> Space Research Institute of the Russian Academy of Science, Moscow, Russia

**Abstract.** The penetration of a gas cloud into a flat layer, the distribution of parameters in which follows a barometric formula, is considered. Unlike most previous studies, it is not assumed that the Froude number is high. This paper examines the influence of the Froude number on cloud-atmosphere interactions under conditions where the cloud is low-mass, meaning its mass does not exceed the mass of an equivalent volume of gas in the atmosphere. The main goal is to determine the cloud's volume and shape during deformation. Computer modeling has determined the dependence of the volume on the cloud's velocity and on the ratio of the cloud's density to the characteristic density in the atmosphere. The effect of cloud volume changes on the volume-integrated recombination radiation flux was estimated.

**Keywords:** supersonic motion, gas cloud, Froude number

УДК 532.5

## Связь высокочастотных автоколебаний в генераторе импульсных струй с Релей — Тейлоровской неустойчивостью границы каверны

Очеретяный Сергей Алексеевич

Топейцев Геннадий Васильевич

Прокофьев Владислав Викторович

vlad.prokof@yandex.ru

НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

**Аннотация.** Исследованы режимы работы генератора импульсных струй, состоящего из кавитатора, вентилируемой каверны, соединительного канала и сужающегося сопла на выходе. Основное внимание уделено высокочастотному режиму автоколебаний, когда колебания давления в каверне и в форкамере практически отсутствуют, но имеет место прерывистое истечение жидкости из сопла. Предположение, что такие автоколебания могут быть связаны с Релей — Тейлоровской неустойчивостью границы струи подкреплено анализом точного решения плоской задачи о взаимодействии конечной струи с наклонной пластиной при различных давлениях на поверхностях падающей и истекающей струй. Задача решена точно методами ТФКП с помощью квазидвоякопериодических тэта функций. Показано, что течение с неустойчивой границей струи имеет место вблизи предельного решения, когда струя замыкается без возвратной струи на поверхности наклонной пластины. Получена связь между числом кавитации предельного течения и параметрами генератора импульсных струй.

**Ключевые слова:** кавитация, автоколебания, отрицательное число кавитации, неустойчивость Релея — Тейлора, генератор импульсных струй

## On the relationship between high - frequency self - oscillations in a pulsed - jet generator and the Rayleigh — Taylor instability of the cavity boundary

Ocheretyany Sergey Alekseevich

Topeytsev Gennady Vasilievich

Prokofiev Vladislav Viktorovich

vlad.prokof@yandex.ru

*Institute of Mechanics of the Lomonosov MSU, Moscow, Russia*

**Abstract.** Operating regimes of a pulsed-jet generator composed of a cavitator, a ventilated cavity, a connecting channel, and a converging nozzle at the outlet are investigated. Particular attention is given to a high-frequency self-oscillation regime, in which pressure oscillations in the cavity and the plenum chamber are negligible, while intermittent fluid ejection from the nozzle is observed. It is hypothesized that such self-oscillations are associated with the Rayleigh — Taylor instability of the jet boundary. This assumption is supported by an analysis of an exact solution to the two-dimensional problem of interaction between a finite jet and an inclined plate under different pressures on the surfaces of the incident and effluent jets. The problem is solved exactly by methods of complex analysis (theory of functions of a complex variable) using quasi-doubly periodic theta functions. It is shown that a flow with an unstable jet boundary arises in the vicinity of the limiting solution, when the jet closes without a re-entrant jet on the surface of the inclined plate. A relation is obtained between the cavitation number of the limiting flow and the parameters of the pulsed-jet generator.

**Keywords:** cavitation; self-oscillations; Rayleigh — Taylor instability; pulsed-jet generator; ventilated cavity; negative cavitation number

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Козлов И.И., Прокофьев В.В. Закономерности развития волн на поверхности каверны с отрицательным числом кавитации. *Доклады РАН*, 2006, т. 409, № 1, с. 43–47.
- [2] Шкапов П.М., Благовещенская М.М. Теоретические и прикладные вопросы динамики течений жидкости с ограниченной искусственной газовой каверной. Ч. 2. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2012, № 4, с. 117–125.
- [3] Козлов И.И., Очеретяный С.А., Прокофьев В.В. Автоколебательные режимы в жидкой струйной завесе, разделяющей газовые области с различными давлениями. *Известия РАН МЖГ*, 2013, № 6, с. 33–43.

УДК 621.83

## Силовой анализ зубчато-рычажного механизма компрессора с некруглыми зубчатыми колесами

Новицкий Андрей Владимирович

novitskiy\_19@mail.ru

Приходько Александр Александрович

*КубГТУ, Краснодар, Россия*

**Аннотация.** Одной из важных задач механики машин является снижение неравномерности вращения входного звена цикловых механизмов. Традиционным способом решения данной задачи является установка маховика, однако для оборудования с большими пиковыми значениями циклических нагрузок момент инерции маховика может принимать большие значения, что приводит к увеличению массогабаритных показателей машины. В работе на примере поршневого компрессора исследуется возможность уменьшения колебаний скорости входного звена с помощью пары некруглых зубчатых колес, которая устанавливается между валом двигателя и входным валом циклового механизма и позволяет нелинейно передавать крутящий момент, увеличивая его значение во время рабочего хода и уменьшая во время холостого хода машины. Проведен кинетостатический анализ предложенного зубчато-рычажного механизма, в результате которого определены реакции в кинематических парах и уравнивающий момент. Исследовано напряженно-деформированное состояние некруглых зубчатых колес, построены картины эквивалентных напряжений в наиболее нагруженном положении.

**Ключевые слова:** цикловой механизм, неравномерность вращения, некруглые зубчатые колеса, силовой анализ

## Force analysis of a compressor linkage with non - circular gears

Novitskii Andrey Vladimirovich

novitskiy\_19@mail.ru

Prikhodko Alexander Alexandrovich

*Kuban State Technological University, Krasnodar, Russia*

**Abstract.** One of the important tasks in machine mechanics is reducing the input link rotation irregularity in cyclic mechanisms. A traditional solution to this problem is the installation of a flywheel. However, for equipment with high peak cyclic loads, the flywheel's moment of inertia can become large, leading to an increase in the machine's overall weight and dimensions. Using a piston compressor as an example, this paper explores the possibility of reducing input link speed variations using a pair of non-circular gears. The pair is installed between the motor shaft and the input shaft of the cyclic mechanism and enables non-linear torque transmission, increasing its value during the power stroke and decreasing it during the machine's idle run. A kinetostatic analysis of the proposed gear-lever mechanism was conducted, determining the reactions in kinematic pairs and the balancing torque. The stress-strain state of the non-circular gears was studied, and equivalent stress patterns were constructed in the most heavily loaded position.

**Keywords:** cyclic mechanism, rotation irregularity, non-circular gears, force analysis

УДК 629.78

## **Синтез закона управления угловым движением космического аппарата с использованием функции Ляпунова**

**Горбачевская Анастасия Павловна**

gorbachevskayaap@student.bmstu.ru

**Игнатов Александр Иванович**

ignatov@bmstu.ru

SPIN-код: 8017-4452

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Рассмотрен синтез закона управления собственным кинетическим моментом системы гироскопических исполнительных органов, используемых для стабилизации космического аппарата в орбитальной системе координат. Показан пример реализации, полученного с помощью функции Ляпунова закона управления, используемого для поддержания ориентации КА в окрестности его гравитационно неустойчивого положения равновесия.

**Ключевые слова:** космический аппарат, орбитальная ориентация, функция Ляпунова

## **Synthesis of a spacecraft angular motion control law using the lyapunov function**

**Gorbachevskaya Anastasia Pavlovna**

gorbachevskayaap@student.bmstu.ru

**Ignatov Alexander Ivanovich**

ignatov@bmstu.ru

SPIN-code: 8017-4452

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** The synthesis of a control law for the proper angular momentum of a system of gyroscopic actuators used to stabilize a spacecraft in an orbital coordinate system are examined. An example of the implementation of a control law derived using the Lyapunov function is presented, used to maintain the spacecraft's orientation in the vicinity of its gravitationally unstable equilibrium position.

**Keywords:** spacecraft, orbital orientation, Lyapunov function

УДК 378.4

## Ситуационные задания в рамках фундаментальных дисциплин при подготовке инженеров

**Берестова Светлана Александровна**

s.a.berestova@urfu.ru

SPIN-код: 3396-6210

*УрФУ, Екатеринбург, Россия*

**Аннотация.** В условиях стремительного развития технологий и возрастания сложности инженерных задач традиционные методы преподавания фундаментальных дисциплин зачастую демонстрируют свою ограниченность. Студенты, успешно осваивающие абстрактные теоретические концепции, нередко испытывают трудности с их применением для решения прикладных проблем. Преодоление разрыва между теорией и практикой является одной из ключевых задач современного инженерного образования. Метод ситуационных заданий (кейсов), интегрированных в процесс изучения фундаментальных наук, показал свою эффективность в рамках преподавания теоретической механики. Его внедрение позволяет трансформировать учебный процесс, моделируя фрагменты будущей профессиональной деятельности уже на первых курсах. Рассмотрены методические аспекты разработки и внедрения ситуационных задач в учебный процесс, даны примеры конструирования заданий, которые, оставаясь в рамках предметного поля теоретической механики, одновременно имитируют реальные инженерные проблемы, требующие для своего решения применения полученных теоретических знаний. Затронуты вопросы формирования у студентов системного инженерного мышления, развития навыков анализа условий, выдвижения гипотез и выбора оптимального математического аппарата. Практический опыт демонстрирует, что такой подход не только повышает мотивацию к изучению фундаментальных наук, но и способствует более глубокому и осознанному усвоению материала, закладывая прочный фундамент для последующего освоения специальных инженерных дисциплин.

**Ключевые слова:** реальные инженерные объекты, контекстность, мотивация

## Situational tasks within the context of fundamental disciplines in engineering education

Berestova Svetlana Alexandrovna

s.a.berestova@urfu.ru  
SPIN-code: 3396-6210

*UrFU, Yekaterinburg, Russia*

**Abstract.** With the rapid advancement of technology and increasing complexity of engineering projects, traditional teaching methods for fundamental subjects can often be limiting. Students who are able to grasp abstract theoretical concepts can still struggle to apply them in practical situations. Bridging the gap between theoretical knowledge and practical application is a significant challenge for modern engineering education. The use of situational tasks integrated into the study of fundamental sciences has been proven to be an effective teaching method for theoretical mechanics. This approach allows students to simulate fragments of future professional activities even at the early stages of their studies. The methodological aspects of designing and implementing these tasks in the learning process are discussed, as well as examples that simulate real-world engineering challenges within the field of theoretical mechanics. The importance of developing engineering thinking, analytical skills, and the ability to choose optimal mathematical tools for problem solving is emphasized. Practical experience has shown that this approach increases motivation for studying fundamental sciences and promotes a deeper understanding of the material, providing a solid foundation for subsequent specialized studies in engineering.

**Keywords:** real engineering objects, contextuality, motivation

УДК 378.14

## Становление и перспективы студенческих олимпиад по техническим дисциплинам: на примере теоретической механики и сопротивления материалов

**Китаева Дарья Анатольевна<sup>(\*)</sup>**dkitaeva@mail.ru  
SPIN-код: 4199-4229**Афонская Дарья Александровна**afonskaya\_da@spbstu.ru  
SPIN-код: 9685-3478**Яковлева Елена Леонидовна**helena47@mail.ru  
SPIN-код: 4575-6835*СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия*

**Аннотация.** Рассмотрена история и эволюция студенческих олимпиад по общеинженерным дисциплинам: теоретической механике и сопротивлению материалов. Рассмотрены ключевые методические и организационные аспекты их проведения. Систематизированы принципы организации и проанализированы новые тенденции (дистанционные формы, рост географического охвата). На основе сравнительного анализа данных финального этапа Всероссийской олимпиады по сопротивлению материалов за пятилетний период сделаны выводы о характерных проблемах и общих тенденциях в подготовке будущих инженеров. Ключевой проблемой является институциональная неустойчивость эффективной модели выявления талантливых студентов. Несмотря на свою результативность, данная модель держится в основном на энтузиазме педагогов и не закреплена на уровне образовательных стандартов, что угрожает ее дальнейшему существованию.

**Ключевые слова:** студенческая олимпиада, теоретическая механика, сопротивление материалов, инженерное образование, развитие творческих способностей, межвузовское взаимодействие, международное сотрудничество

## The development and prospects of student Olympiads in technical disciplines: the example of theoretical mechanics and strength of materials

Kitaeva Darya Anatolyevna<sup>(\*)</sup>

dkitaeva@mail.ru  
SPIN-code: 4199-4229

Afonskaya Daria Aleksandrovna

afonskaya\_da@spbstu.ru  
SPIN-code: 9685-3478

Yakovleva Elena Leonidovna

helena47@mail.ru  
SPIN-code: 4575-6835

SPbPU, Saint Petersburg, Russia

**Abstract.** The history and evolution of student Olympiads in general engineering disciplines: theoretical mechanics and strength of materials are considered. It discusses the key methodological and organizational aspects of their implementation. The principles of organizing these competitions are systematized, and new trends (such as remote formats and expanded geographical reach) are analyzed. Based on a comparative analysis of data from the final stage of the All-Russian Student Olympiad in Strength of Materials over a five-year period, conclusions are drawn about characteristic problems and general trends in the training of future engineers. A key problem identified is the institutional instability of the effective model for identifying talented students. Despite its effectiveness, this model relies primarily on the enthusiasm of educators and is not embedded within educational standards, which threatens its long-term sustainability.

**Keywords:** student Olympiad, theoretical mechanics, strength of materials, engineering education, development of creative abilities, intercollegiate interaction, international cooperation

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Попов А.И., Пучков Н.П. Студенческие олимпиады как средство формирования психологической готовности к творческой деятельности в условиях конкурентной борьбы. *Alma Mater (Вестник высшей школы)*, 2017, № 6, с. 65–71.
- [2] Репина Е.Г. Студенческое олимпиадное движение как инструмент поиска одаренной молодежи и педагогической работы с ней: принципы организации и опыт проведения. *Самарский научный вестник*, 2017, т. 6, № 3(20), с. 297–302.
- [3] Дубровина Г.И. Об истории всероссийских олимпиад по теоретической механике. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, № 5, с. 1–8. <https://doi.org/10.18698/2308-6033-2014-12-1344>
- [4] Покровский А.М., Наумов А.М. История Всероссийской студенческой олимпиады по сопротивлению материалов. *Психология творчества и одаренности. Всерос. науч.-практ. конф. с междунар. уч.: сб. ст.* Москва, Изд-во Ассоциации техн. ун-тов, 2021, с. 133–146.

УДК 524:621.7

## **Стержневая модель с переменными параметрами в расчетах динамики удлинителей расточных оправок**

**Каданцев Дмитрий Олегович**

fox21241@gmail.com

**Карпачев Андрей Юрьевич**

a-karpachev@mail.ru

SPIN-код: 4427-5650

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Предложен инженерный подход к анализу частот свободных колебаний конструкций виброгасящих удлинителей расточных оправок с использованием численных расчетов. Построение физических моделей имеет решающее значение в повышении эффективности разработки технологических процессов. В частности, это касается рационального использования оборудования для механической обработки деталей. Бурное развитие роботизированных обрабатывающих узлов требует высокой степени их динамической согласованности, то есть исключения возникновения недопустимых вибраций и резонансных явлений при эксплуатации. Для этого в их конструкции предусматривается введение демпфирующих элементов в виде удлинителей расточных оправок [1]. В работе предлагается подход для исследования динамики подобных элементов [2, 3]. Ввиду того что удлинитель оправки представляет напряженно деформированную конструкцию с переменной по длине жесткостью и массой, анализ его поведения проводится на основе численных расчетов одномерной модели, учитывающей как распределенные массово-жесткостные характеристики, так предварительное осевое нагружение. Предложен алгоритм расчета и пути оценки виброгашения предложенной конструкции.

**Ключевые слова:** стержень, частота, свободные колебания, резонанс

## A variable parameter rod model for calculating the dynamics of boring bar extensions

Kadantsev Dmitry Olegovich

fox21241@gmail.com

Karpachev Andrey Yuryevich

a-karpachev@mail.ru

SPIN-code: 4427-5650

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** An engineering approach to the analysis of free vibration frequencies of vibration-damping boring bar extensions using numerical calculations is proposed. The development of physical models is crucial for improving the efficiency of technological process development. This applies in particular to the rational use of equipment for machining parts. The rapid development of robotic machining units requires a high degree of dynamic coordination, i.e., the elimination of unacceptable vibrations and resonance phenomena during operation. To achieve this, their design includes damping elements in the form of boring bar extensions [1]. This paper proposes an approach for studying the dynamics of such elements [2, 3]. Since the boring bar extension is a stress-strain structure with variable stiffness and mass along its length, its behavior is analyzed using numerical calculations of a one-dimensional model that takes into account both distributed mass-stiffness characteristics and preliminary axial loading. A calculation algorithm and methods for evaluating the vibration damping of the proposed design are proposed.

**Keywords:** rod, frequency, free vibrations, resonance

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Тагильцев С.В., Игнатов А.В., Карпачев А.Ю. Определение динамических характеристик цилиндрической оправки режущего инструмента. *Фундаментальные и прикладные задачи механики. Междунар. науч. конф.: матер.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2024, 375 с.
- [2] Карпачев А.Ю., Каданцев Д.О., Иванченко К.Р. Одномерная модель в расчетах динамики цилиндрических заготовок при механической обработке на примере сверления. *Естественные и технические науки*, 2025, № 8, с. 101–104.
- [3] Карпачев А.Ю. Влияние осевой силы резания на частоты свободных колебаний цилиндрической заготовки при ее обработке сверлением. *Естественные и технические науки*, 2025, № 9, с. 125–128.

УДК 533.6.011

## Структура течения около полуконуса на пластине при обтекании сверхзвуковым потоком

Зубин Михаил Адольфович

zubinma@mail.ru

Максимов Федор Александрович

f\_a\_maximov@mail.ru

*МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

**Аннотация.** Представлены результаты экспериментального и численного исследования структуры сверхзвукового ( $M = 3$ ) обтекания компоновки полуконус на пластине, вершина которого совпадает с прямой сверхзвуковой кромкой пластины. Экспериментально с помощью специального оптического метода для визуализации сверхзвуковых конических течений установлено [1], что область отрыва, возникающая при взаимодействии ударной волны с пограничным слоем на пластине, целиком располагается на пластине. Выяснено, что линия растекания на поверхности полуконуса не является, вопреки имеющемуся в литературе представлению [2, 3], линией присоединения оторвавшегося на пластине потока. Установлено, что структура течения в ударном слое определяется интенсивностью контактных разрывов, исходящих из точек ветвления сопутствующей ударно-волновой конфигурации. При этом в ударном слое могут существовать либо стандартные особенности Ферри на поверхности полуконуса, либо вихревые над его поверхностью. На основе моделей идеального и вязкого газа разработаны численные коды для расчета течения в коническом приближении. Сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными показало их удовлетворительное согласие и границы применения каждого из них.

**Ключевые слова:** сверхзвуковые конические течения, ударные волны, контактный разрыв, отрыв турбулентного пограничного слоя, особенность Ферри

*Исследование выполнено в рамках государственного задания  
МГУ имени М.В. Ломоносова.*

## Flow structure around a half-cone on a plate in supersonic current

Zubin Mikhail Adolfovich

zubinma@mail.ru

Maksimov Fedor Aleksandrovich

f\_a\_maximov@mail.ru

Lomonosov MSU, Moscow, Russia

**Abstract.** The article presents the results of experimental and numerical studies of the structure of supersonic ( $M=3$ ) flow past a semi-cone assembly on a plate, the apex of which coincides with the straight supersonic edge of the plate. Using a specialized optical method for visualizing supersonic conical flows, it was experimentally established [1] that the separation region arising from the interaction of a shock wave with the boundary layer on the plate is located entirely on the plate. It was found that the spreading line on the surface of the semi-cone is not, contrary to the existing idea in the literature [2, 3], the reattachment line of the flow separated on the plate. It was established that the flow structure in the shock layer is determined by the intensity of contact discontinuities emanating from the branching points of the accompanying shock-wave configuration. In this case, either standard Ferry singularities on the surface of the semi-cone or vortex singularities above its surface can exist in the shock layer. Numerical codes for flow calculations in the conical approximation were developed based on ideal and viscous gas models. Comparison of the calculated results with experimental data demonstrated satisfactory agreement and the applicability limits of each.

**Keywords:** supersonic conical flows, shock waves, contact discontinuity, turbulent boundary layer separation, Ferry singularity

*The study was conducted under the state assignment  
of Lomonosov Moscow State University.*

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Зубин М.А., Максимов Ф.А. О некоторых особенностях течения в ударном слое около полуконуса на пластине. *Изв. РАН. МЖГ*, 2024, № 5, с. 107–119.
- [2] Авдеевский В.С., Грецов В.К. Исследование трехмерного отрывного обтекания полуконусов, установленных на пластине. *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1970, № 6, с. 112–115.
- [3] Settles G.S., Kimmel R.L. Similarity of quasiconical shock wave/turbulent boundary layer interactions. *AIAA Journal*, 1986, vol. 24, no. 1, pp. 47–53.

УДК 532.5

## Течения жидкости в диффузоре с большим углом раствора

Кумакшев Сергей Анатольевич

kumak@ipmnet.ru

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия*

**Аннотация.** Для полной постановки задачи Джеффри — Гамеля о течении жидкости в плоском диффузоре, найдены и построены профили скорости стационарных течений вязкой жидкости для больших углов раствора диффузора. Установлена невозможность существования одномодового (без участков обратного течения) режима. При малых числах Рейнольдса течение имеет трехмодовый профиль скорости с двумя участками истечения жидкости у стенок и обратным течением по центру диффузора. При увеличении числа Рейнольдса показан переход к пятимодовому течению, когда участков истечения жидкости по-прежнему два, а участков с обратным течением становится три. Получившаяся картина течений показана на примере диффузора с углом раствора  $270^\circ$ .

**Ключевые слова:** диффузор, задача Джеффри — Гамеля

*Работа выполнена по теме госзадания (№ 124012500443-0).*

## The flow of liquid in the diffuser with a large opening angle

Kumakshev Sergey Anatolyevich

kumak@ipmnet.ru

*Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russia*

**Abstract.** To fully formulate the Jeffrey — Hamel problem of fluid flow in a flat diffuser, velocity profiles of stationary viscous fluid flows for large opening angles of the diffuser are found and constructed. The impossibility of the existence of a single-mode (without reverse flow sections) mode has been established. At low Reynolds numbers, the flow has a three-mode velocity profile with two sections of liquid outflow at the walls and a reverse flow along the center of the diffuser. As the Reynolds number increases, the transition to a five-mode flow is shown, when there are still two outflow sections and three reverse flow sections. The resulting flow pattern is illustrated by the example of a diffuser with a opening angle of 270 degrees.

**Keywords:** diffuser, Jeffrey — Hamel problem

*The study was supported by the Government program (# 124012500443-0).*

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Акуленко Л.Д., Кумакшев С.А. Бифуркация многомодовых течений вязкой жидкости в плоском диффузоре. *ПММ*, 2008, № 72(3), с. 431–441.

УДК 629.7

## Управление ориентацией твердого тела с помощью четырехосного карданного подвеса

Якубович Дарья Юрьевна<sup>(\*)</sup>

yakubovich0406@gmail.com

Беличенко Михаил Валериевич

МАИ, Москва, Россия

**Аннотация.** Рассмотрена задача управления пространственной ориентацией твердого тела с применением четырехосного карданного подвеса. В отличие от классической трехосной конструкции, предложенный вариант позволяет компенсировать вырожденные положения рамок за счет введения дополнительной степени свободы. Предложен алгоритм управления внешней рамкой, обеспечивающий обход вырожденных состояний и стабильную работу подвеса. Динамическая модель системы построена на основе библиотеки, разработанной с помощью языка Modelica, реализующей динамику твердых тел со связями в трехмерном пространстве.

**Ключевые слова:** карданный подвес, управление ориентацией, вырожденное положение, стабилизация, multibody system

## Rigid body orientation control with a four - axis gimbal

Yakubovich Daria Yurievna<sup>(\*)</sup>

yakubovich0406@gmail.com

Belichenko Mikhail Valerievich

Moscow Aviation Institute, Moscow, Russia

**Abstract.** This work addresses the control of a rigid body's spatial orientation using a four-axis gimbal. The additional degree of freedom introduced in the proposed design eliminates the problem of gimbal lock inherent in the classical three-axis configuration. An outer frame control algorithm is developed to avoid singular states and maintain stable system performance. The dynamic model is implemented in Modelica with a dedicated library for simulating constrained rigid-body dynamics in three-dimensional space.

**Keywords:** gimbal, attitude control, singular position, stabilization, multibody system

### Список источников

- [1] Маркеев А.П. *Теоретическая механика*. Москва, Физматлит, 2024, 712 с.
- [2] Матвеев В.А. *Гироскоп — это просто*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012, 191 с.

УДК 519.71

## Управление пространственным движением квадрокоптера на базе оценки вектора состояния

Хорошева Анна Александровна<sup>(\*)</sup>

a.khoroscheva@yandex.ru

SPIN-код: 9116-2964

Голубев Алексей Евгеньевич

v-algolu@hotmail.com

SPIN-код: 2626-1599

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия*

**Аннотация.** Рассмотрена задача управления пространственным движением квадрокоптера в условиях неполноты измеряемой информации о переменных состояния. Осуществлен синтез законов управления движением летательного аппарата в пространстве в виде обратной связи по измеряемым компонентам вектора состояния математической модели квадрокоптера. Предложено решение для задачи оценивания компонент вектора состояния при помощи наблюдателя с последующим использованием полученной оценки в стабилизирующей обратной связи. Работоспособность полученных законов управления проверена при помощи численного моделирования с использованием пакета MATLAB/Simulink

**Ключевые слова:** линеаризация обратной связью по состоянию, наблюдатель состояния, управление, квадрокоптер

## Control of quadcopter spatial motion based on the system state vector estimation

Khorosheva Anna Aleksandrovna<sup>(\*)</sup>

a.khoroscheva@yandex.ru

SPIN-code: 9116-2964

Golubev Alexey Evgenievich

v-algolu@hotmail.com

SPIN-code: 2626-1599

*Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russia*

**Abstract.** The problem of controlling the spatial motion of a quadcopter under conditions of incomplete state measurements is considered. Laws for controlling the aircraft's spatial motion are synthesized in the form of feedback based on the measured components of the state vector of a mathematical model of the quadcopter. A solution is proposed for estimating the state vector components using an observer, followed by using the resulting estimate in a stabilizing feedback loop. The performance of the resulting control laws is verified through numerical simulation using the MATLAB/Simulink package.

**Keywords:** state feedback linearization, state observer, control, quadcopter

**Введение.** В настоящее время большое количество публикаций [1–3] посвящено исследованиям в области разработки алгоритмов автоматического управления движением квадрокоптеров в условиях, когда измерения до-

ступны не все компоненты вектора состояния системы. Один из возможных подходов к решению задачи оценивания вектора состояния заключается в построении наблюдателя состояния системы. В работе исследуется задача позиционирования квадрокоптера в заданной точке пространства на основе оценки вектора состояния системы при помощи наблюдателя с высокими коэффициентами усиления.

**Постановка задачи.** Рассматривается математическая модель квадрокоптера как твердого тела. Уравнения движения квадрокоптера имеют следующий вид [1]:

$$\begin{pmatrix} \ddot{x}^{(4)} \\ \ddot{y}^{(4)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} - \frac{F}{m} \cos \varphi \begin{pmatrix} \sin \psi & \cos \psi \\ -\cos \psi & \sin \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sec^2 \varphi & \tan \varphi \tan \theta \\ 0 & \sec \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{M}_x \\ \tilde{M}_y \end{pmatrix}, \quad (1)$$

$$\ddot{z} = -g + \frac{F}{m} \cos \varphi \cos \theta, \quad \ddot{\psi} = \tilde{M}_z,$$

где  $x, y, z$  — координаты центра масс квадрокоптера в инерциальной системе отсчета;  $\varphi, \theta, \psi$  — углы крена, тангажа и рыскания, соответственно;  $m$  — масса квадрокоптера;  $g$  — ускорение свободного падения;  $F$  — сила тяги, создаваемая моторами квадрокоптера;  $\tilde{M} = (\tilde{M}_x, \tilde{M}_y, \tilde{M}_z)^T$  — вектор управляющих моментов;  $f_1, f_2$  — нелинейные функции переменных состояния [1]. Предполагается, что непосредственным измерениям доступны переменные  $x, y, z, \psi$ .

В работе решается задача позиционирования квадрокоптера в точке пространства  $x = x_r, y = y_r, z = z_r$  и по углу рыскания  $\psi = \psi_r$ , то есть нужно найти такие силу тяги  $F$  и моменты  $\tilde{M}$  как функции измеряемого выхода, гарантирующие выполнение условий  $x(t) - x_r \rightarrow 0, y(t) - y_r \rightarrow 0, z(t) - z_r \rightarrow 0, \psi(t) - \psi_r \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ .

**Оценка вектора состояния при помощи наблюдателя.** Для оценки неизмеряемых компонент  $x^{(i)}, y^{(i)}, i = \overline{1,3}, \dot{z}, \dot{\psi}$  состояния динамической системы (1), где через  $(i)$  обозначен порядок производной по времени, построим наблюдатель состояния, записанный в виде

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_{11} &= \xi_{12} + \kappa_1 l_{11}(x - \xi_{11}), & \dot{\xi}_{21} &= \xi_{22} + \kappa_2 l_{21}(y - \xi_{21}), \\ \dot{\xi}_{12} &= \xi_{13} + \kappa_1^2 l_{12}(x - \xi_{11}), & \dot{\xi}_{22} &= \xi_{23} + \kappa_2^2 l_{22}(y - \xi_{21}), \\ \dot{\xi}_{13} &= \xi_{14} + \kappa_1^3 l_{13}(x - \xi_{11}), & \dot{\xi}_{23} &= \xi_{24} + \kappa_2^3 l_{23}(y - \xi_{21}), \\ \dot{\xi}_{14} &= f_{11} + \kappa_1^4 l_{14}(x - \xi_{11}), & \dot{\xi}_{24} &= f_{21} + \kappa_2^4 l_{24}(y - \xi_{21}), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_{31} &= \xi_{32} + \kappa_3 l_{31}(z - \xi_{31}), & \dot{\xi}_{41} &= \xi_{42} + \kappa_4 l_{41}(\psi - \xi_{41}), \\ \dot{\xi}_{32} &= f_{31} + \kappa_3^2 l_{32}(z - \xi_{31}), & \dot{\xi}_{42} &= f_{41} + \kappa_4^2 l_{42}(\psi - \xi_{41}). \end{aligned}$$

Здесь  $\xi_{1j}$  рассматривается как оценка  $x^{(j-1)}$ ,  $\xi_{2j}$  — как оценка  $y^{(j-1)}$ ,  $j = \overline{1,4}$ ,  $\xi_{3j}$  — как оценка  $z^{(j-1)}$ ,  $\xi_{4j}$  — как оценка  $\psi^{(j-1)}$ ,  $j = 1,2$ ;  $\kappa_i > 1$ ,  $i = \overline{1,4}$ , — настраиваемые параметры наблюдателя; коэффициенты  $l_{ij}, i =$

$= \overline{1,4}, j = \overline{1,4}$ , выбираются так, чтобы матрицы  $A_i + L_i C_i$  были гурвицевы, где

$$A_i = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, L_i = (l_{i1}, l_{i2}, l_{i3}, l_{i4})^T, \quad C_i = (1, 0, 0, 0), \quad i = 1, 2, \quad A_i =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, L_i = (l_{i1}, l_{i2})^T, \quad C_i = (1, 0), \quad i = 3, 4.$$

В наблюдателе (2) в функциях  $f_{i1}, i = \overline{1,4}$ , переменные состояния системы (1) заменены на соответствующие оценки  $\xi_{ij}$ . Поставим полученные при помощи наблюдателя оценки вектора состояния в управление, предложенное в работе [1].

Проведено численное моделирование динамической системы (1) с управлением, предложенным в работе [1] для задачи позиционирования квадрокоптера в заданной точке пространства, на основе оценки вектора состояния системы при помощи наблюдателя (2). Использовались физические и геометрические параметры модели квадрокоптера, указанные в [1].

**Заключение.** Предложено решение задачи управления квадрокоптером в пространстве на основе оценки вектора состояния при помощи наблюдателя с высокими коэффициентами усиления по координатам центра масс аппарата и углу рысканья. По результатам численного моделирования с помощью пакета MATLAB/Simulink можно сделать вывод о работоспособности предложенных в работе [1] алгоритмов управления в сочетании с использованием оценки состояния системы наблюдателем (2).

*Работа выполнена по теме государственного задания  
(№ госрегистрации 124012500443-0).*

## Список источников

- [1] Голубев А.Е., Хорошева А.А., Васенин С.А. Построение и стабилизация траекторий пространственного движения квадрокоптера. *Известия РАН. Теория и системы управления*, 2025, № 2, с. 109–124.
- [2] Golubev A.E., Glazkov T.V. Nonlinear quadrotor control based on Simulink Support Package for Parrot Minidrones. *CEUR Workshop Proceedings*, 2020, vol. 2783, pp. 113–127.
- [3] Borisov O.I., Pyrkin A.A., Isidori A. Application of Enhanced Extended Observer in Station-Keeping of a Quadrotor with Unmeasurable Pitch and Roll Angles. *IFAC PapersOnLine*, 2019, vol. 52(16), pp. 837–842.

УДК 520.607

## Упругопластическое напряженное состояние толстостенной сферы, одновременно нагруженной внешним и внутренним давлением

**Феокистов Сергей Иванович**serg\_feo@mail.ru  
SPIN-код: 8997-5884**Андрианов Иван Константинович**ivan\_andrianov\_90@mail.ru  
SPIN-код: 7998-1993*Комсомольский-на-Амуре государственный университет, Комсомольск-на-Амуре, Россия*

**Аннотация.** Рассмотрено упругопластическое напряженное состояние толстостенной сферической оболочки, находящейся одновременно под внутренним и внешним давлением (задача Ламэ). Получены аналитические зависимости, позволяющие рассчитать упругопластическое напряженное состояние в стенке оболочки для несжимаемого материала с линейным законом деформационного упрочнения при различных сочетаниях внутреннего и внешнего давлений. Согласно полученным результатам, характер напряженного состояния оболочки зависит от абсолютной величины разности давлений на внутренней и внешней поверхностях.

**Ключевые слова:** сфера, толстостенная оболочка, упругопластическое напряженное состояние, задача Ламэ, линейное упрочнение

## Elastic - plastic stress state of a thick - walled sphere simultaneously loaded with external and internal pressure

Feoktistov Sergei Ivanovich

serg\_feo@mail.ru  
SPIN-code: 8997-5884

Andrianov Ivan Konstantinovich

ivan\_andrianov\_90@mail.ru  
SPIN-code: 7998-1993

*Komsomolsk-on-Amur State University, Komsomolsk-on-Amur, Russia*

**Abstract.** The elastoplastic stress state of a thick-walled spherical shell under both internal and external pressure (the Lamé problem) is considered. Analytical dependences have been obtained that make it possible to calculate the elastoplastic stress state in the shell wall for an incompressible material with a linear law of strain hardening at various combinations of internal and external pressures. According to the results obtained, the nature of the stressed state of the shell depends on the absolute magnitude of the pressure difference on the inner and outer surfaces.

**Keywords:** sphere, thick-walled shell, elastic-plastic stress state, Lamé problem, linear hardening

### Список источников

- [1] Feoktistov S.I., Andrianov I.K. Bearing capacity of spherical thick-walled shell taking into account compressibility and nonlinear plasticity. *Materials physics and mechanics*, 2022, vol. 50, no. 3, pp. 410–419. [https://doi.org/10.18149/mpm.5032022\\_5](https://doi.org/10.18149/mpm.5032022_5)
- [2] Сторожев М.В., Попов Е.А. *Теория обработки металлов давлением*. Москва, Машиностроение, 1977, 423 с.

УДК 517.925.51

## Устойчивость и положительно инвариантные множества

Крищенко Александр Петрович

apkri@bmstu.ru  
SPIN-код: 6570-9380*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Рассмотрены необходимые и достаточные условия асимптотической устойчивости и устойчивости в целом положения равновесия в терминах инвариантных компактов и положительно инвариантных множеств. Для проверки этих условий используется метод локализации инвариантных компактов. Строится обобщение функции Ляпунова. Рассмотрен пример системы третьего порядка.

**Ключевые слова:** асимптотическая устойчивость, устойчивости в целом, метод локализации инвариантных компактов, функция Ляпунова

## Stability and positively invariant sets

Krishchenko Alexanderich Petrovich

apkri@bmstu.ru  
SPIN-code: 6570-9380*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** The sufficient conditions for asymptotic stability and global asymptotical stability of the equilibrium points are considered in terms of invariant compact invariant sets and positively invariant sets. To verify these conditions, the localization method of invariant compact sets is used. A generalization of the Lyapunov function is constructed. An example of a third-order system is considered.

**Keywords:** asymptotical stability, global asymptotical stability, localization method of invariant compact sets, Lyapunov function

## Список источников

- [1] Крищенко А.П. Исследование асимптотической устойчивости в целом методом локализации инвариантных компактов. *Дифференциальные уравнения*, 2016, т. 52, № 11, с. 1457–1464.
- [2] Крищенко А.П. Итерационные последовательности метода локализации. *Дифференциальные уравнения*, 2024, т. 60, № 11, с. 1460–1470.
- [3] Крищенко А.П. Конечные границы, положения равновесия и бифуркации в трехмерной модели рака. *Дифференциальные уравнения*, 2025, т. 61, № 11, с. 1460–1473.

УДК 531.36

## Устойчивость плоскопараллельного движения лыжника при прыжке с трамплина

Самсонов Виталий Александрович

Локшин Борис Яковлевич

Окунев Юрий Михайлович

Привалова Ольга Георгиевна<sup>(\*)</sup>

privalova@imec.msu.ru

*НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

**Аннотация.** Рассмотрена фаза полета лыжника при прыжке с трамплина. Исследована устойчивость режимов планирования в случае плоскопараллельного движения с использованием квазистатической модели воздействия среды. Используются данные по аэродинамическим силам и моменту тангажа для полета лыжника в V-стиле, которые являются функциями угла атаки, угла наклона корпуса лыжника и угла раскрытия лыж [1]. В рамках используемой модели удастся проследить за влиянием указанных параметров, как на дальность полета, так и на его устойчивость.

**Ключевые слова:** режим планирования, V-стиль, устойчивость

## Stability of plane - parallel motion of a skier during a ski jump

Samsonov Vitaly Alexandrovich

Lokshin Boris Yakovlevich

Okunev Yuri Mikhailovich

Privalova Olga Georgievna<sup>(\*)</sup>

privalova@imec.msu.ru

*Institute of Mechanics of the Lomonosov MSU, Moscow, Russia*

**Abstract.** A flight-phase of a ski jump is studied. Stability of a gliding mode is investigated in a case of plane-parallel motion. A quasi-steady model of interaction with medium is used.

**Keywords:** planning mode, V-style, stability

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Со К., Ватанабэ И., Мураками М. Данные по аэродинамической силе при V-образном прыжке с трамплина. *Спортивная инженерия*, 2004, № 7-1, с. 31-40.

УДК 531.311

## Уточнение модели трения в системах с сильным инерционным возмущением

**Андреев Александр Иванович<sup>(\*)</sup>**aresut79@mail.ru  
SPIN-код: 8353-2570**Семенов Александр Евгеньевич**semenalex48@yandex.ru  
SPIN-код: 6482-8182**Славин Борис Матвеевич**bslavin@yandex.ru  
SPIN-код: 5607-4557*Астраханский государственный технический университет, Астрахань, Россия*

**Аннотация.** Исследована модель трения в системах с инерционным возмущением на примере плоского волчка Томпсона. Разработан экспериментальный стенд и предложена усовершенствованная модель трения, включающая поправки на влияние скорости, давления в контакте и инерционную составляющую, связанную с угловым ускорением. Получена зависимость между шероховатостью и коэффициентом трения. Предложенная комплексная модель трения позволяет более точно описывать динамику ротационных систем с учетом инерционных возмущений и характеристик поверхности трения.

**Ключевые слова:** волчок Томпсона, инерционные поправки, модель трения, ротационные системы

## Refinement of the friction model in systems with strong inertial disturbances

Andreev Alexander Ivanovich<sup>(\*)</sup>

aresut79@mail.ru  
SPIN-code: 8353-2570

Semenov Alexander Evgenievich

semenalex48@yandex.ru  
SPIN-code: 6482-8182

Slavin Boris Matveevich

bslavin@yandex.ru  
SPIN-code: 5607-4557

*Astrakhan State Technical University, Astrakhan, Russia*

**Abstract.** The paper studies the friction model in systems with a pronounced inertial component using the example of a flat Thompson spinning top. An experimental setup has been developed and an improved friction model has been proposed, including corrections for the effect of speed, contact pressure and the inertial component associated with angular acceleration. A relationship has been obtained between roughness and the friction coefficient. The resulting complex friction model allows for a more accurate description of the dynamics of rotational systems, taking into account inertial disturbances and friction surface characteristics.

**Keywords:** Thompson top, inertial corrections, friction model, rotational systems

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Ciavarella M., Papangelo A., Barber J.R. Inertial Effects in Rough Contact. *Tribology International*, 2020, vol. 151, art. no. 106494.
- [2] Андреев А.И., Семенов А.Е., Славин Б.М., Чанчиков В.А. Динамика прецессии волчка Томпсона. *Механика твердого тела*, 2025, № 3, с. 229–244. <https://doi.org/10.31857/S1026351925030129>

УДК 539.3

## Учет деформаций сдвига в уравнении неразрывности теории упругости

Овсянников Владислав Михайлович

ovsyannikovvm@yandex.ru

РУТ (МИИТ), Москва, Россия

**Аннотация.** Л.И. Седов в учебнике Механика сплошной среды дал точную формулу коэффициента объемного расширения для теории упругости. Формула учитывает деформации сдвига, которые входят в квадратичный и кубичный инварианты тензора деформаций. Эти инварианты вычислил Эйлер в 1752 г. Учет точной формулы коэффициента объемного расширения в выводе динамического уравнения в перемещениях дает новое неоднородное волновое уравнение, которое описывает генерацию колебаний здания при действии внешней силы.

**Ключевые слова:** коэффициент объемного расширения, квадратичный инвариант, кубичный инвариант, источники волнообразования

## Taking into account shear deformations in the continuity equation of elasticity theory

Ovsyannikov Vladislav Mikhailovich

ovsyannikovvm@yandex.ru

RUT MIIT, Moscow, Russia

**Abstract.** L.I. Sedov in his textbook Continuum Mechanics gave an exact formula for the coefficient of volumetric expansion for the theory of elasticity. The formula takes into account shear deformations that are included in the quadratic and cubic invariants of the deformation tensor. These invariants were calculated by Euler in 1752. Taking into account the exact formula for the coefficient of volumetric expansion in the derivation of the dynamic equation in displacements yields a new inhomogeneous wave equation that describes the generation of building vibrations under the action of an external force.

**Keywords:** coefficient of volumetric expansion, quadratic invariant, cubic invariant, wave formation sources

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Седов Л.И. *Механика сплошной среды. Т. I*. Москва, Наука, 1973, 536 с.
- [2] Euler L. *Principia motus fluidorum. Pars prior. Novi commentarii Academiae Imperialis scientiarum Petropolitanae*, 1761, vol. 6 (1756–1757), pp. 271–311.
- [3] Euleri L. *Commentationes Mechanicae ad theoriam corporum pertinentes. Volumen prius*. Lausannae, 1954.
- [4] Эйлер Л. *Принципы движения жидкостей. Перевод с латыни начальных разделов доклада 1752 г.* Москва, Изд-во «Спутник +», 2020, 203 с.
- [5] Овсянников В.М. Уравнение динамики в перемещениях теории упругости с высшими инвариантами, составленное по материалам академиков Л.И. Седова и В.М. Смирнова. *Современные технологии в инженерных системах и городском хозяйстве. II Всерос. науч.-практ. конф.: сб. матер.* Санкт-Петербург, СПбГАСУ, 2025, с. 331–336.
- [6] Смирнов В.И. *Курс высшей математики. Т. IV, ч. I*. Москва, Наука, 1974.

УДК 372

## Учимся учиться

Роганова Тамара Ивановна<sup>(\*)</sup>

dobrrog@yandex.ru

Жидкова Марина Валентиновна

Матвеева Елена Викторовна

*ВА РВСН им. Петра Великого, Балашиха, Россия*

**Аннотация.** Выполнено обобщение комплекса мероприятий, проводимых на кафедре механики Военной академии ракетных войск стратегического назначения имени Петра Великого за истекший период 2023–2025 учебных годов в рамках педагогического эксперимента кафедры. В блоке мероприятий, посвященных знаменательным датам и событиям текущего периода, использовался педагогический проект.

**Ключевые слова:** компетенции, педагогический эксперимент, проектная деятельность

Успешность педагогической деятельности базируется на умении выстроить общение при организации процесса обучения и воспитания. Умение педагога выбирать и сочетать стили общения в соответствии с возрастом, спецификой учебной дисциплины, интересами обучающегося влияет на эффективность коммуникации. Только объединяющие цели и задачи учебного и воспитательного процесса могут способствовать вовлечению обучающихся в совместную образовательную деятельность [1].

Одна из основных задач педагогического общения — передача знаний — не может быть успешно решена без создания атмосферы доверия, понимания, взаимного уважения, принятия друг другом. Эффективный педагог строит общение с обучающимся таким образом, чтобы его потенциал был раскрыт по возможности полностью, ведь только мотивированный и вдохновленный собеседник готов не только к общению, но и к совместной деятельности. [2]

В настоящее время преподавателями 5 ОАК частично применяются активные методы работы с курсантами:

- творческие дискуссии, например, «Механика в становлении офицера-ракетчика (ко Дню механика)», «Военная академия РВСН имени Петра Великого и освоение космоса» к 60-летию первого полета человека в космос гражданина Советского Союза Ю.А. Гагарина;

- творческие вечера («55 – летию ветеранской организации ВА РВСН имени Петра Великого. Герой Советского Союза Рябова Екатерина Васильевна: традиции живут и побеждают»);

- уроки Памяти;

- факультативы по дисциплинам теоретическая механика и сопротивление материалов;

- проведение с применением информационно-компьютерных технологий текущего контроля в форме деловой игры при проведении с курсантами учебных занятий;

– индивидуализированный экспресс-опрос на лекционных занятиях.

Умелое сочетание преподавателями традиционных методов обучения с активными и интерактивными формами взаимодействия с курсантами обеспечили эффективность восприятия изучаемого материала и развитие их творческого потенциала в познании при изучении дисциплин кафедры механики.

## Learning to learn

Roganova Tamara Ivanovna<sup>(\*)</sup>

dobrrog@yandex.ru

Zhidkova Marina Valentinovna

Matveeva Elena Viktorovna

*Military Academy of the Strategic Missile Forces, Balashikha, Russia*

**Abstract.** The Department of Mechanics at the Peter the Great Military Academy of Strategic Missile Forces has summarized the activities carried out during the 2023-2025 academic years as part of the department's pedagogical experiment. A pedagogical project was used in the block of activities dedicated to significant dates and events of the current period.

**Keywords:** competencies, pedagogical experiment, project activities

## Список источников

- [1] Абульхамова К.А., Васин Н.В., Лаптева Л.Г., Сластенин В.А. *Психология и педагогика*. Москва, Совершенство, 1998, 300 с.
- [2] Бершадский М.Е. Консультации: целеполагание и компетентностный подход в учебном процессе. *Педагогические технологии*, 2009, № 4, с. 89–94.
- [3] Жидкова М.В., Роганова Т.И., Матвеева Е.В. Особенности проведения педагогического эксперимента и внедрение его результатов в образовательный процесс кафедры. *Гуманитарный вестник ВА РВСН*, 2024, № 4 (38), с. 72–80.

УДК 378.147

## Цифровая революция в образовательных процессах

Скобелева Янина Валерьевна<sup>(\*)</sup>

ianinask@mail.ru

Сидняев Николай Иванович

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Представлены основные направления развития системы образования в процессе активного внедрения цифровых технологий в технических вузах, которые связаны с появлением инновационных изменений в различных областях науки [1]. Проанализирована связь системы образования с процессами, происходящими в обществе. Рассмотрены актуальные проблемы обучения, связанные с цифровизацией инженерного образования, а также необходимость адаптации студента к быстрому обновлению профессии в связи с возникновением новых технологий.

**Ключевые слова:** система образования, знания, обучение, навыки, информационные технологии

## The digital revolution in educational processes

Skobeleva Ianina Valerievna<sup>(\*)</sup>

ianinask@mail.ru

Sidnyaev Nikolay Ivanovich

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** This article presents the key development trends in the education system as digital technologies are actively implemented in technical universities, reflecting the emergence of innovative changes in various fields of science [1]. The relationship between the education system and societal processes is analyzed. Current educational challenges associated with the digitalization of engineering education and the need for students to adapt to rapid professional change due to the emergence of new technologies are examined.

**Keywords:** education system, knowledge, training, skills, information technology

### Список источников

- [1] Витвицкая А.А. Генеративный искусственный интеллект как ресурс инновационного образования. *Современные проблемы науки и образования*, 2024, № 3. URL: <https://science-education.ru/ru/article/view?id=33446> (дата обращения 17.12.2024).

УДК 532.5

## Цифровой стенд гидродинамических испытаний модельных и натурных баков изделий ракетно-космической техники

Храпов Сергей Евгеньевич

khrapov.se@phystech.edu

*Московский физико-технический институт, Долгопрудный, Россия*

**Аннотация.** Получено численное решение дифференциальных уравнений движения топливного бака с жидкостью с учетом нелинейности коэффициентов демпфирования на основе конечно-разностной схемы. Получены частотные характеристики бака с жидкостью при гармоническом возбуждении колебаний, имитирующем реальные гидродинамические испытания. Валидация численной модели проведена по результатам сравнения амплитудно-частотных характеристик, полученных путем моделирования, с результатами эксперимента.

**Ключевые слова:** гидродинамические параметры, устойчивость

## Digital hydrodynamic test bench for model and full-scale tanks of rocket and space technology products

Khrapov Sergey Evgenievich

khrapov.se@phystech.edu

*Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Russia*

**Abstract.** A numerical solution to the differential equations of motion of a liquid fuel tank is obtained, taking into account the nonlinearity of the damping coefficients using a finite-difference scheme. Frequency responses of the liquid tank are obtained under harmonic excitation, simulating real hydrodynamic tests. Validation of the numerical model is performed by comparing the amplitude-frequency responses obtained through simulation with experimental results.

**Keywords:** hydrodynamic parameters, stability

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Микишев Г.Н. Экспериментальные методы в динамике космических аппаратов. Москва, Машиностроение, 1978, 248 с.
- [2] Храпов С.Е. Метод определения зависимости демпфирования от амплитуды колебаний жидкости в баках по результатам гидродинамических испытаний. Космонавтика и ракетостроение, 2024, № 2(135), с. 93–103.

УДК 004.94

## Численная визуализация модели сферической платформы для стабилизации системы технического зрения мобильного робота

Волков Андрей Алексеевич<sup>1,2</sup>andrey.volkov63@rsce.ru  
SPIN-код: 4404-5835<sup>1</sup> ПАО «РКК «Энергия», Королёв, Россия<sup>2</sup> МГТУ «СТАНКИН», Москва, Россия

**Аннотация.** Предложен подход к цифровой визуализации кинематики параллельной сферической платформы, предназначенной для удержания ориентации сенсора в составе камеры на мобильном роботе. Основная задача — создание управляемой среды, в которой проверяются алгоритмы обратной кинематики, оценка ориентации и поведение системы, как в целом, так и вблизи сингулярных конфигураций. Модель реализована в среде визуализации Godot и позволяет получать наглядные результаты до изготовления прототипа.

**Ключевые слова:** численная визуализация, кинематическое моделирование, платформа с параллельной структурой, кватернионы, Godot Engine, сингулярности

## Numerical visualization of a spherical platform model for stabilizing the vision system of a mobile robot

Volkov Andrey Alekseevich<sup>1,2</sup>andrey.volkov63@rsce.ru  
SPIN-code: 4404-5835<sup>1</sup> PJSC Rocket and Space Corporation Energia, Korolev, Russia<sup>2</sup> MSTU STANKIN, Moscow, Russia

**Abstract.** This paper proposes an approach to the digital visualization of the kinematics of a parallel spherical platform designed to maintain the orientation of a sensor within a camera system on a mobile robot. The main objective is to create a controllable environment for testing inverse kinematics algorithms, evaluating orientation, and analyzing the system's behavior both in general and near singular configurations. The model is implemented in the Godot visualization environment and enables clear, visual results to be obtained prior to prototype fabrication.

**Keywords:** numerical visualization, kinematic modeling, parallel platform, quaternions, Godot Engine, singularities

### Список источников

- [1] Волков А.А. Кинематическая характеристика платформы для стабилизации камеры робота: сборка, рабочие режимы и анализ сингулярностей. *Строительные и дорожные машины*, 2025, т. 69, № 1, с. 40–48.
- [2] Волков А.А. Кинематическое моделирование и 3D-проектирование сферической платформы с параллельной структурой для стабилизации камеры робота. *XLIX Академические чтения по космонавтике, посвященные памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся отечественных ученых — пионеров освоения космического пространства: сб. тез.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2025, т. 2, с. 379–380.

УДК 532.5.031

## Численное исследование отклика ледяного покрова на точечные воздействия в жидкости конечной глубины

Савин Александр Сергеевич

Конев Кирилл Михайлович<sup>(\*)</sup>

mr.konev.01@inbox.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

**Аннотация.** Проведено численное исследование отклика ледяного покрова на точечные возмущения в жидкости конечной глубины. Рассмотрены импульсный и гармонический режимы возбуждения и влияние толщины льда, глубины водоема и глубины источника на волновой процесс. Установлено, что максимальные отклонения возникают над источником в начальный момент и быстро затухают, а увеличение толщины льда и глубины снижает амплитуду колебаний и смещает резонансную частоту вниз.

**Ключевые слова:** ледяной покров, точечный источник, амплитудно-частотный отклик, численное моделирование

## Numerical analysis of ice cover response to point excitations in a finite-depth fluid

Savin Alexander Sergeevich

Konev Kirill Mikhailovich<sup>(\*)</sup>

mr.konev.01@inbox.ru

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

**Abstract.** A numerical study of the ice cover response to point disturbances in a fluid of finite depth is conducted. Pulsed and harmonic excitation modes and the influence of ice thickness, reservoir depth, and source depth on the wave process are considered. It is found that maximum disturbances occur initially above the source and decay rapidly, while increasing ice thickness and depth reduces the oscillation amplitude and shifts the resonant frequency downward.

**Keywords:** ice cover, point source, amplitude-frequency response, numerical modeling

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Савин А.С., Конев К.М. Численное моделирование воздействия на ледяной покров точечного импульсного источника в жидкости конечной глубины. *Математическое моделирование и численные методы*, 2025, № 3, с. 3–14.

УДК 536.24

## Численное моделирование массотеплопереноса в воздушном зазоре между пластинами методом ICFD

Котов Андрей Андреевич

kotovaa1@student.bmstu.ru

Чередниченко Александр Всеволодович

alexvche@bmstu.ru

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Представлены результаты численного исследования теплообмена в воздушном зазоре между двумя параллельными медными пластинами. Нижняя пластина нагрета, верхняя охлаждается за счет конвекции. Исследование выполнено в программном комплексе LS-DYNA с применением метода ICFD (Incompressible Computational Fluid Dynamics) для моделирования течения воздуха и теплопереноса. Приведены постановка задачи и математическая модель. Основное внимание уделено описанию метода ICFD, его ключевым алгоритмам решения уравнений Навье — Стокса для несжимаемой жидкости. Проведена серия вычислительных экспериментов, включающих анализ как естественной конвекции, так и вынужденного течения. Проанализировано влияние типа течения и граничных условий на характеристики теплообмена и формирование температурных полей в системе.

**Ключевые слова:** ICFD, численное моделирование, сопряженный теплообмен, естественная конвекция, вынужденное течение, LS-DYNA

## Numerical simulation of heat and mass transfer in the air gap between plates using the ICFD method

Kotov Andrey Andreevich

kotovaa1@student.bmstu.ru

Cherednichenko Alexander Vsevolodovich

alexvche@bmstu.ru

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** This paper presents the results of a numerical study of heat transfer in an air gap between two parallel copper plates. The lower plate is heated, while the upper plate is cooled by convection. The study was performed using the LS-DYNA software package and the ICFD (Incompressible Computational Fluid Dynamics) method for simulating air flow and heat transfer. The problem statement and mathematical model are presented. Primary attention is paid to the description of the ICFD method and its key algorithms for solving the Navier — Stokes equations for an incompressible fluid. A series of computational experiments were conducted, including the analysis of both natural convection and forced flow. The influence of the flow type and boundary conditions on the heat transfer characteristics and the formation of temperature fields in the system is analyzed.

**Keywords:** ICFD, numerical simulation, conjugate heat transfer, natural convection, forced flow, LS-DYNA

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] *ICFD THEORY MANUAL. Incompressible fluid solver in LS-DYNA*. URL: [https://ftp.lstc.com/anonymous/outgoing/inaki/docs/pdf\\_icfd/ICFD\\_theory.pdf](https://ftp.lstc.com/anonymous/outgoing/inaki/docs/pdf_icfd/ICFD_theory.pdf) (accessed 07.11.2025).
- [2] Chorin A. Numerical solution of the Navier — Stokes equations. *Math Comput*, 1968, vol. 22, pp. 745–762.
- [3] Lohner R., Yang C., Cebal J., Baum J., Luo H., Pelessone D. Fluid-structure interaction using a loose coupling algorithm and adaptive unstructured grids. *AIAA*, 1995, vol. 95.
- [4] Pin F.D. *The Meshless Finite Element Method Applied to a Lagrangian Particle Formulation of Fluid Flows*. Facultad de Ingenieria y Ciencias Hidricas (FICH) Instituto de Desarrollo Tecnológico para la Industria Química (INTEC) Universidad Nacional del Litoral, 2003.
- [5] Idelsohn S., Pin F.D., Rossi R., Onate E. Avoiding the instabilities caused by added mass effects in fluid structure interaction problems for pressure segregation and staggered approaches. *Int. J. Numer. Meth. Engng*, 2009.

УДК 533.6

## Численное моделирование обтекания возвращаемого космического аппарата с трансформируемым крылом на режимах посадки

Слободянюк Дмитрий Михайлович<sup>1,2</sup>

Афонин Сергей Иванович<sup>2,3(\*)</sup>

sergey.afonin2@rsce.ru

Кирдяев Никита Иванович<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

<sup>2</sup> ПАО «РКК «Энергия», Королёв, Россия

<sup>3</sup> МФТИ, Долгопрудный, Россия

**Аннотация.** Представлен расчет аэродинамических характеристик возвращаемого космического аппарата со складываемыми крыльями. Крылатые космические аппараты имеют особенности управления на этапе посадки «по-самолетному», связанные с недостаточным аэродинамическим качеством для обеспечения необходимого угла наклона траектории глиссады. Исследование, проведенное в программных комплексах FlowVision и CadFlo, демонстрирует возможность дальнейшей оптимизации геометрии планера для улучшения его посадочных характеристик с возможностью посадки «по-самолетному».

**Ключевые слова:** FlowVision, CadFlo, космический планер, численное моделирование, аэродинамические характеристики, складываемые крылья

## Numerical simulation of the flow around a reentry spacecraft with a transforming wind during landing modes

Slobodyanyuk Dmitry Mikhailovich<sup>1,2</sup>

Afonin Sergey Ivanovich<sup>2,3(\*)</sup>

sergey.afonin2@rsce.ru

Kirdyaev Nikita Ivanovich<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

<sup>2</sup> PJSC Rocket and Space Corporation Energia, Korolev, Russia

<sup>3</sup> Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Russia

**Abstract.** This paper presents a calculation of the aerodynamic characteristics of a re-entry spacecraft with folding wings. Winged spacecraft exhibit control issues during the "aircraft-like" landing phase, due to insufficient lift-to-drag ratio to ensure the required glide path angle. The study, conducted using the FlowVision and CadFlo software packages, demonstrates the feasibility of further optimization of the glider geometry to improve its landing characteristics, enabling an aircraft-like landing.

**Keywords:** FlowVision, CadFlo, space plane, numerical simulation, landing characteristics, morphing wing

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Бобылев А.В. Разработка аэродинамической компоновки и исследования аэротермодинамической компоновки и исследования аэротермодинамических характеристик малоразмерного крылатого возвращаемого аппарата. *Ученые записки ЦАГИ*, 2009, т. XL, № 3, с. 3–15.

УДК 519.622.1

## Численное моделирование пространственного распределения сферических элементов сыпучего вещества

Журин Сергей Викторович

zhur\_serg@rambler.ru

SPIN-код: 5422-3762

*ПАО РКК «Энергия», Королёв, Россия*

**Аннотация.** Численным методом решена задача движения системы взаимодействующих между собой материальных точек в замкнутом объеме. Точки моделируют сферические элементы сыпучего материала. Взаимодействие сфер между собой и стенками ограниченного объема осуществляется при сближении за счет возникновения сил упругости и вязкости. В итоге решения задачи получаем пространственное распределение сферических элементов.

**Ключевые слова:** сыпучие материалы, пространственное распределение частиц, метод Рунге-Кутты 4-го порядка, вязкоупругая модель взаимодействия

## Numerical modeling of the spatial distribution of spherical elements of bulk material

Zhurin Sergey Viktorovich

zhur\_serg@rambler.ru

SPIN-code: 5422-3762

*PJSC Rocket and Space Corporation Energia, Korolev, Russia*

**Abstract.** The problem of motion of a system of interacting material points in a closed volume has been solved by numerical method. The points model spherical elements of a loose material. The interaction of spheres with each other and the walls of a limited volume is carried out by the approach due to the occurrence of elastic and viscous forces. As a result of solving the problem, we obtain the spatial distribution of spherical elements.

**Keywords:** loose materials, spatial distribution of particles, 4th order Runge-Kutta method, visco-elastic interaction model

### Список источников

- [1] Пановко Я.Г. *Внутреннее трение при колебаниях упругих систем*. Москва, ФИЗМАТ-ЛИТ, 1960, 194 с.

УДК 532.5

## **Эволюция картины течения в различных режимах слияния падающей капли с покоящейся принимающей жидкостью**

Чашечкин Юлий Дмитриевич

chakin@ipmnet.ru

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского, Москва, Россия*

**Аннотация.** Высокоскоростная видеорегистрация и контроль звукового давления гидрофоном использованы для изучения зависимости картины слияния капли от контактной скорости, состава и размера капли. В зависимости от отношения кинетической и потенциальной поверхностной энергии капли, смешивающейся с принимающей жидкостью, выделены несколько режимов течения. В интрузивном капля плавно втекает в толщу жидкости, в переходном она отскакивает и зависает; в импактном — распадается на волокна. Прослежено влияние электростатического поля на структуру течения и характеристики звуковых пакетов.

**Ключевые слова:** капля, энергия, слияние, структур

## Evolution of the flow pattern in different modes of a falling droplet merging with a stationary receiving fluid

Chashechkin Yuliy Dmitrievich

chakin@ipmnet.ru

Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russia

**Abstract.** High-speed video recording and hydrophone sound pressure monitoring were used to study the dependence of droplet coalescence on contact velocity, composition, and droplet size. Several flow regimes were identified depending on the ratio of the kinetic and potential surface energies of the droplet mixing with the receiving liquid. In the intrusive regime, the droplet smoothly flows into the liquid; in the transitional regime, it bounces off and hangs; and in the impact regime, it disintegrates into fibers. The influence of the electrostatic field on the flow structure and the characteristics of sound packets was analyzed.

**Keywords:** drop, energy, impact, structure

### Список источников

- [1] Чашечкин Ю.Д. Динамика отрыва одиночных капель в воздушной среде. *Известия РАН. Механика жидкости и газа*, 2025, № 1, с. 34–76.
- [2] Чашечкин Ю.Д., Ильиных А.Ю. Гидродинамика контакта падающей капли. *Известия РАН. Механика жидкости и газа*, 2024, № 6, с. 62–81.
- [3] Чашечкин Ю.Д., Прохоров В.Е. Влияние электрического поля на динамику структурных компонентов течения при гравитационном отрыве капли воды. *Известия РАН. Механика жидкости и газа*, 2024, № 3, с. 29–42.
- [4] Чашечкин Ю.Д. Акустика и гидродинамика импакта капли: два режима излучения звуковых пакетов. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2023, № 1(106), с. 23–43.
- [5] Chashechkin Y.D. Foundations of Engineering Mathematics Applied for Fluid Flows. *Axioms*, 2021, vol. 10, iss. 4, art. no. 286.

УДК 532.525

## Экспериментальное исследование поля скорости осесимметричной дозвуковой воздушной струи

Загайнов Иван Алексеевич<sup>1,2(\*)</sup>

iz1721@mail.ru

Попович Сергей Станиславович<sup>1</sup>

<sup>1</sup> НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

<sup>2</sup> МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

**Аннотация.** Экспериментальное исследование дозвуковых затопленных струй актуально ввиду широкого распространения турбулентных струй в технике и природных процессах. Их характеристики определяют эффективность систем вентиляции, охлаждения, энергетических и аэрокосмических установок. Актуальность работы связана с исследованием устройства энергоразделения Гартмана — Шпренгера. Экспериментальный стенд выполнен на базе малой аэродинамической установки с регулируемыми параметрами подачи газа. Для диагностики применялись ИК-термография (InfraTEC IR8800) и метод PIV с использованием Nd:YAG-лазера. Получены поля продольной и поперечной составляющей скорости при варьировании давления торможения в форкамере.

**Ключевые слова:** энергоразделение, эффект Гартмана — Шпренгера, резонатор

## Experimental investigation of the velocity field of an axisymmetric subsonic air jet

Zagainov Ivan Alekseevich<sup>1,2(\*)</sup>

iz1721@mail.ru

Popovich Sergey Stanislavovich<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Institute of Mechanics of the Lomonosov MSU, Moscow, Russia

<sup>2</sup> Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

**Abstract.** The experimental investigation of subsonic submerged jets is of great relevance due to the widespread occurrence of turbulent jets in engineering and natural processes. Their characteristics determine the efficiency of ventilation, cooling, energy, and aerospace systems. The relevance of this study is associated with the investigation of the Hartmann — Sprenger energy separation device. The experimental setup is based on a small-scale aerodynamic facility with controllable gas supply parameters. Infrared thermography (InfraTEC IR8800) and the Particle Image Velocimetry (PIV) method using an Nd:YAG laser were employed for diagnostics. The fields of the longitudinal and transverse velocity components were obtained under varying stagnation pressure in the forechamber.

**Keywords:** energy separation, Hartmann — Sprenger effect, resonator

УДК 532.5

## Экспериментальное исследование эффекта Эккерта — Вайзе для одиночного и множественных цилиндров

Киселёв Николай Александрович<sup>(\*)</sup>

kiselev.nick.a@gmail.com

Маластовский Николай Сергеевич

Здитовец Андрей Геннадьевич

Виноградов Юрий Алексеевич

*НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

**Аннотация.** Представлены экспериментальные исследования эффекта Эккерта — Вайзе для изолированных и множественных цилиндров, а также концепция устройства, основанного на этом эффекте. Сжимаемое течение вокруг цилиндров исследовалось при числах Маха свободного потока в диапазоне 0,25–0,75 и числах Рейнольдса  $Re = 0,9 \times 10^5$ – $4,6 \times 10^5$ . В качестве моделей использовались круглые цилиндры из непроводящего материала. Рассматривались конфигурации с одним, двумя и тремя цилиндрами. Расстояние между центрами цилиндров составляло  $P/D = 3,0$ , что соответствует связанной вихревой дорожке. Измерялась температура в задней точке торможения цилиндров.

**Ключевые слова:** теплообмен, газовая динамика, коэффициент восстановления, эффект Эккерта — Вайзе

## Experimental study of the Eckert - Weise effect for single and multiple cylinders

Kiselyov Nikolai Alexandrovich<sup>(\*)</sup>

kiselev.nick.a@gmail.com

Malastovsky Nikolay Sergeevich

Zditovets Andrey Gennadievich

Vinogradov Yuri Alekseevich

*Institute of Mechanics of Lomonosov MSU, Moscow, Russia*

**Abstract.** In this paper, experimental studies of the Eckert–Weise effect for isolated and multiple cylinders, as well as of a device concept based on this effect, are presented. Compressible flow past cylinders was investigated at free-stream Mach numbers in the range 0.25–0.75 and Reynolds numbers  $Re=0.9 \times 10^5$ – $4.6 \times 10^5$ . The models were circular cylinders made of non-conductive material. Configurations with one, two, and three cylinders were considered. The center-to-center spacing between cylinders was  $P/D=3.0$ , corresponding to a coupled vortex street. The temperature at the rear stagnation point of the cylinders was measured.

**Keywords:** heat transfer, gas dynamics, temperature recovery coefficient, Eckert — Weise effect

УДК 532.5.01

## Экспериментальные и численные исследования структуры течения в цилиндрических кавернах при их дозвуковом обтекании на стенке плоского канала

Зубин Михаил Адольфович      zubinma@mail.ru

Зубков Александр Федорович      9392998@mail.ru

Чулюнин Алексей Юрьевич      chulyu-n@mail.ru

*НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

**Аннотация.** Представлены результаты экспериментального и численного исследований обтекания турбулентным дозвуковым потоком наклонной овально-траншейной лунки (ОТЛ) [1], представляющую собой протяженную цилиндрическую траншею конечного размаха с закругленными сферическими торцами, продольная ось которой составляет острый угол с направлением потока, и ее модификации — V-каверны. Последняя составлена из двух первых плавно сопряженных половин наклонной ОТЛ, расположенных симметрично относительно набегающего потока, т. е. имеющая V-образный вид в плане [2].

**Ключевые слова:** турбулентный поток, отрывные течения, обтекание каверны, коэффициент давления

## Experimental and numerical analysis of flow structures in cylindrical cavities under subsonic flow in a flat channel

Zubin Mikhail Adolfovich      zubinma@mail.ru

Zubkov Alexander Fedorovich      9392998@mail.ru

Chulyunin Alexey Yurievich      chulyu-n@mail.ru

*Institute of Mechanics of the Lomonosov MSU, Moscow, Russia*

**Abstract.** The results of experimental and numerical investigations of turbulent subsonic flow past an inclined oval-trench dimple (OTD) [1] are presented. The OTD is a finite-span cylindrical trench with rounded spherical ends, whose longitudinal axis is oriented at an acute angle to the incoming flow. A modified configuration — the V-cavity — was also studied. The latter is formed by two smoothly connected halves of inclined OTDs arranged symmetrically with respect to the oncoming flow, thus exhibiting a V-shaped form in a plane [2].

**Keywords:** turbulent flow, separated flows, flow around a cavity, pressure coefficient

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Исаев С.А. Генезис аномальной интенсификации отрывного течения и теплообмена в наклонных канавках на структурированных поверхностях. *Известия РАН. Механика жидкости и газа*, 2022, № 5, с. 13–24.
- [2] Зубин М.А., Зубков А.Ф., Чулюнин А.Ю. Структура дозвукового отрывного обтекания цилиндрических каверн различной формы в плане на стенке плоского канала. *Известия РАН. Механика жидкости и газа*, 2025, № 2, с. 104–121.

УДК 534.2

## Исследование обращения волнового фронта в фотонном кристалле

Кулагина Мария Алексеевна

Сурина Мария Андреевна

Чебакова Софья Александровна

Шумилкина Юлия Романовна

Филатов Владимир Викторович<sup>(\*)</sup>

vvfilatov@bmstu.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

**Аннотация.** Исследованы особенности распространения электромагнитных волн в материальной среде в областях нормальной и аномальной дисперсии. Установлено, что в области нормальной дисперсии фазовая и групповая скорости света в веществе сонаправлены, в области аномальной дисперсии направлены в противоположные стороны. Переход из области нормальной дисперсии в область аномальной дисперсии сопровождается обращением волнового фронта, что на языке квантов означает  $T$ -инверсию волновой функции и может использоваться для проверки  $T$ -инвариантности вершинной функции фотон-фононного взаимодействия, а с практической точки зрения представляет интерес для параметрического управления световыми потоками в фотонном транзисторе. Целью настоящей работы является изучение обращения волнового фронта в фотонном кристалле – метаматериале с периодической оптической сверхструктурой: в области аномальной дисперсии (однократная  $T$ -инверсия), а также на примесном уровне с нормальной дисперсией, введенном в область аномальной дисперсии (двойная  $T$ -инверсия).

**Ключевые слова:** обращение волнового фронта,  $T$ -инверсия, аномальная дисперсия, фотонный кристалл, оптический транзистор

## Study of the optical phase conjugation in a photonic crystal

Kulagina Maria Alekseevna

Surina Maria Andreevna

Chebakova Sofya Alexandrovna

Shumilkina Yulia Romanovna

Filatov Vladimir Viktorovich<sup>(\*)</sup>

vvfilatov@bmstu.ru

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** This paper investigates peculiarities of the electromagnetic waves propagation in a material medium in the regions of normal and anomalous dispersion. It is found that in the region of normal dispersion, the phase and group velocities of light in matter are co-directed, while in the region of anomalous dispersion they are oppositely directed. When a wave passes from the normal dispersion region to the anomalous dispersion one, its front reverts making possible to experimentally study  $T$ -inversion and its mechanisms inside the optical framework. This article examines optical phase conjugation in a photonic crystal: in the region of anomalous dispersion (single  $T$ -inversion), and at an impurity level with normal dispersion inside the anomalous region (double  $T$ -inversion).

**Keywords:** phase conjugation,  $T$ -inversion, anomalous dispersion, photonic crystal, optical transistor

УДК 532.542

## Пассивное и активное управление потоком в сверхзвуковой кольцевой каверне

Симоненко Михаил Михайлович<sup>(\*)</sup>

sim1950@mail.ru

Зубков Александр Федорович

Шишаева Анастасия Сергеевна

*НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

**Аннотация.** Режим сверхзвукового обтекания каверны зависит от параметров набегающего потока и геометрии каверны. В каверне прямоугольной конфигурации в определенном интервале соотношений между длиной и глубиной каверны может устанавливаться как открытый, так и замкнутый режим течения. Важной практической задачей является поиск способов управления режимами течения в каверне, в частности, способов расширения области более благоприятных открытых режимов течения. Были рассмотрены различные варианты пассивного и активного управления потоком в кольцевой осесимметричной каверне, в том числе, под углами атаки. Представленные экспериментальные и численные данные указывают на возможность значительно расширить область открытых режимов течения в каверне.

**Ключевые слова:** открытая каверна, замкнутая каверна, отрыв потока, гистерезис

*Исследование выполнено в рамках государственного задания  
МГУ имени М.В. Ломоносова.*

## Passive and active control on supersonic annular cavity flow

Simonenko Mikhail Mikhailovich<sup>(\*)</sup>

sim1950@mail.ru

Zubkov Alexander Fedorovich

Shishaeva Anastasia Sergeevna

*Institute of Mechanics of the Lomonosov MSU, Moscow, Russia*

**Abstract.** The mode of supersonic flow around the cavity depends on the parameters of the incoming flow and the geometry of the cavity. In rectangular cavity in a certain range of ratios between the length and depth of the cavity, both open and closed flow modes in the cavity can be established. An important practical task is to find ways to control the flow regimes in the cavity, in particular, ways to expand the area of favorable open flow regimes. Various options for passive and active flow control in an annular axisymmetric cavity, including at attack angles, were considered. The presented experimental and numerical data indicate the possibility of significantly expanding the area of open flow modes in the cavity.

**Keywords:** open cavity, close cavity, flow separation, hysteresis.

*The study was conducted under the state assignment  
of Lomonosov Moscow State University.*

УДК 533.6

## Идентификация аэродинамических параметров интеллектуального трансформируемого летательного аппарата на основе фильтра Калмана

Юй Чжаокай(\*)

yuzhaokai933@mail.ru

Ху Шуйи

*Харбинский политехнический университет, Харбин, Китай*

**Аннотация.** Изменение аэродинамических конфигураций летательного аппарата приводит к сильно нелинейным, быстро изменяющимся во времени аэродинамическим параметрам. В данном исследовании предлагается метод идентификации, основанный на кубатурном фильтре Калмана. Кроме того, представлена алгоритм проектирования возбуждающего сигнала для повышения точности идентификации, что обеспечивает надежную поддержку для управления полетом в реальном времени.

**Ключевые слова:** трансформируемый аппарат, кубатурный фильтр Калмана, идентификация аэродинамических параметров, мульти-синусоидальное возбуждение

## Identification of aerodynamic parameters of intelligent morphing aircraft based on kalman filter

Yu Zhaokai(\*)

yuzhaokai933@mail.ru

Hu Shuyi

*Harbin Institute of Technology, Harbin, China*

**Abstract.** The dynamic variation of aerodynamic configurations in morphing aircraft leads to strongly nonlinear, rapidly time-varying, and highly coupled aerodynamic parameters, imposing stringent requirements on online identification techniques. This study addresses the problem of online identification of aerodynamic parameters for morphing aircraft and proposes an identification method based on the Cubature Kalman Filter (CKF). Furthermore, an excitation signal design strategy is introduced to enhance identification accuracy, thereby providing reliable support for real-time flight control.

**Keywords:** morphing aircraft, cubature Kalman filtering, aerodynamic parameter identification, multi-sinusoidal excitation

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Morelli E.A. Flight-test experiment design for characterizing stability and control of hypersonic vehicles. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2009, vol. 32 (3), pp. 949–59.
- [2] Morelli E.A. Flight Test Maneuver Design for Efficient Aerodynamic Modeling. *AIAA 2011-6672, AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*, Portland, OR, 2011.

УДК 532.529

## Асимптотические модели в течениях газожидкостных сред

Богданов Андрей Николаевич<sup>1,2(\*)</sup>

bogdanov@imec.msu.ru

<sup>1</sup> МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия<sup>2</sup> НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

**Аннотация.** Уяснение недостатков ранее использованных при математическом моделировании моделей актуализирует задачи преодоления выявленных слабых сторон ранее проведенных исследований. В качестве примера приведем регуляризацию математической модели нестационарного трансзвукового течения [1]. Вскрытые недостатки описания течений прежней моделью являются основанием проведения нового исследования на основе регуляризованной модели всех ранее исследованных задач нестационарного трансзвукового течения. Полученные на аналитических моделях результаты выступают обоснованиями результатов численных расчетов [2]. Даже серии расчетов могут претендовать на общность весьма условно. Так, численный расчет переходного течения в сопле [3] показывает часть конфигурации линии трансзвукового перехода оставляя открытым вопрос о принципиальной возможности (незапрещенности) существования конфигураций такого рода. Аналитическая модель позволяет обосновать принципиальную возможность существования (или напротив — невозможность) решения. Особым являются случаи сингулярных возмущений [1]. Оставление в уравнении только ряда внепорядковых членов в конкретных случаях обосновано тем, что только они и являются существенными, отвечают физическому процессу, иначе выпадающему из рассмотрения. Отброшенные внепорядковые члены лишь слабо изменяют количественные характеристики рассматриваемого процесса. Оставление в уравнениях модели малых параметров сохраняет наглядность конкретных проявлений механических процессов, характерные параметры которых являются малыми в конкретных условиях задачи.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, асимптотические модели, механика жидкости и газа

## Asymptotic models in gas-liquid flows

Bogdanov Andrey Nikolaevich<sup>1,2(\*)</sup>

bogdanov@imec.msu.ru

<sup>1</sup> Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia<sup>2</sup> Institute of Mechanics of the Lomonosov MSU, Moscow, Russia

**Abstract.** Understanding the shortcomings of the models previously used in mathematical modeling actualizes the tasks of overcoming the identified weaknesses of previously conducted studies. As an example, we will cite the regularization of the mathematical model of unsteady transonic flow [1]. The revealed shortcomings in the description of flows by the previous model are the basis for conducting a new study based on the regularized model of all previously studied problems of unsteady transonic flow. The results obtained on the analytical

models serve as justifications for the results of numerical calculations [2]. Even a series of calculations can claim generality very conditionally. Thus, a numerical calculation of the transition flow in a nozzle [3] shows part of the configuration of the transonic transition line, leaving open the question of the fundamental possibility (non-prohibition) of the existence of configurations of this kind. Analytics is needed here. Special cases are singular perturbations [1]. Leaving in the equation only a number of out-of-order terms in specific cases is justified by the fact that only they are essential and correspond to the physical process, which would otherwise be excluded from consideration. Discarded out-of-order terms only slightly change the quantitative characteristics of the process under consideration. Leaving in the equations of the model of small parameters preserves the clarity of specific manifestations of mechanical processes, the characteristic parameters of which are small in the specific conditions of the problem.

**Keywords:** mathematical modeling, asymptotic models, fluid and gas mechanics

#### **Список источников**

- [1] Богданов А.Н. Высшие приближения трансзвукового разложения в задачах нестационарных трансзвуковых течений. *ПММ*, 1997, т. 61, вып. 5, с. 798–811.
- [2] Босняков С.М., Горбушин А.Р., Курсаков И.А., Матяш С.В., Михайлов С.В., Подаруев В.Ю. О верификации и валидации вычислительных методов и программ на основе метода Годунова. *Уч. записки ЦАГИ*, 2017, т. 48, № 7, с. 1–17.
- [3] Пирумов У.Г., Росляков Г.С. *Течения газа в соплах*. Москва, Изд-во Моск. ун-та, 1978, 351 с.

УДК 629.78

## Использование уточненной модели аэродинамического момента при исследовании малых высот движения космического аппарата

Иванов Георгий Алексеевич

georgyivanov1911@gmail.com

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** В работе исследуется изменение кинетического момента, накапливаемого гиросистемой космического аппарата при его движении по низким околоземным орбитам с различными Кеплеровыми элементами. Для проведения исследования рассматривается использование уточненной модели аэродинамического момента, описан подход к получению аэродинамических коэффициентов на основании этой модели аэродинамического момента. В результате выполнения работы делается заключение о целесообразности и нецелесообразности использования некоторых орбит и применения компоновочных решений при проектировании аппарата.

**Ключевые слова:** космический аппарат, аэродинамический момент

## Using accurate model of the aerodynamic moment in the study of spacecraft motion in low-altitude orbits

Ivanov Georgy Alekseevich

georgyivanov1911@gmail.com

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** The paper studies the evolution of angular momentum accumulated by spacecraft reaction wheel during its motion in low-Earth orbits with various Keplerian elements. Used the accurate model of aerodynamic torque and an approach to obtaining aerodynamic coefficients based on this model of aerodynamic torque is described. As a result of the work, a conclusion is drawn about the expediency and in expediency of using certain orbits and using some solutions in the design of the spacecraft.

**Keywords:** spacecraft, aerodynamic moment

УДК 629.78

## **Выбор значений коэффициентов для упрощенной модели динамики упругой солнечной панели на основе конечно - элементного анализа**

**Иванов Георгий Алексеевич**

georgyivanov1911@gmail.com

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** В работе исследуется вопрос математического описания динамики упругой солнечной панели космического аппарата как системы из конечного числа твердых тел. Наиболее интересующий вопрос при подготовке подобной математической модели – это выбор значений коэффициентов упругих связей между твердыми телами. В работе описан процесс получения значений этих коэффициентов на основе частотного анализа в MSC.Nastran и исследования динамики в Adams. Делается заключение о целесообразности использования подобных упрощенных моделей на различных этапах разработки космических аппаратов

**Ключевые слова:** космический аппарат, солнечная батарея

## **Selection of coefficient values for a simplified model of elastic solar panel dynamics based on finite element analysis**

**Ivanov Georgy Alekseevich**

georgyivanov1911@gmail.com

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** The paper studies the mathematical description of the dynamics of an elastic solar panel of a spacecraft as a system of a finite number of solid bodies. The most interesting question in the preparation of such a mathematical model is the choice of the values of the coefficients of elastic bonds between solid bodies. The paper describes the process of obtaining the values of these coefficients based on frequency analysis in MSC.Nastran and dynamics research in Adams. The conclusion is made about the expediency of using such simplified models at various stages of spacecraft development.

**Keywords:** spacecraft, solar panel

УДК 532.517.4

## Карты инвариантов анизотропии — применение к данным PIV

ЧантракДжордже

djcantrak@mas.bg.ac.rs

ЯнковичНовица

*Белградский университет, Белград, Республика Сербия*

**Аннотация.** Наибольшей проблемой при моделировании турбулентности является ее анизотропия, поэтому необходимо проверить предположение о ее локальной изотропии. Применение корреляционной теории в этом анализе приводит к инвариантной теории турбулентности. Основная идея заключается в количественном описании анизотропии турбулентности. В качестве меры анизотропии Ламли и Ньюман ввели тензор анизотропии [1]. Карты, инвариантные к анизотропии, или треугольники Ламли, были впервые применены к экспериментальным результатам высокоскоростной стереоизображающей велосиметрии частиц (HSS PIV) в случае турбулентного закрученного потока за крыльчаткой осевого вентилятора в трубе, а затем в исследовании вихря на кончике крыла с использованием общей исследовательской модели НАСА, современное трансзвуковое сверхкритическое крыло с открытым исходным кодом для различных исследований в области аэродинамики [2]. В этой статье будет проанализирована значимость применения инвариантных отображений к стереофоническим PIV-данным во вращающихся потоках.

**Ключевые слова:** турбулентность, анизотропия, инвариантная теория, вращающийся поток

## Anisotropy invariant maps – application on the PIV data

Cantrak Djordje

djcantrak@mas.bg.ac.rs

JankovicNovica

University of Belgrade, Belgrade, Serbia

**Abstract.** The greatest challenge in turbulence modeling is its anisotropy, so assumption on its local isotropy has to be tested. Application of the correlation theory in this analysis leads to the invariant theory of turbulence. The main idea is the quantitative description of the turbulence anisotropy. As the measure of anisotropy Lumley and Newman have introduced the anisotropy tensor [1]. Anisotropy invariant maps or Lumley triangles have been applied to the high speed stereo particle image velocimetry (HSS PIV) experimental results in the case of the turbulent swirling flow behind the axial fan impeller in pipe for the first time, and later in the wing tip vortex investigation on the NASA Common Research Model, an Open-source contemporary transonic supercritical wing for various studies in aerodynamics [2]. In this paper will be analyzed significance of application of the invariant maps on the stereo PIV data in rotating flows.

**Keywords:** turbulence, anisotropy, invariant theory, rotating flow, HSS PIV

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Lumley J.L., Newman G. The return to isotropy of homogenous turbulence. *J Fluid Mech.*, 1977, vol. 82, 161–168.
- [2] Čantrak Đ.S., Kushner L.K., Heineck J.T. *Time-resolved stereo PIV investigation of the NASA Common Research Model in the NASA Ames Fluid Mechanics Laboratory 32- by 48-in Indraft Wind Tunnel*. CTR Research Publications, Center for Turbulence Research, Annual Research Briefs, 2014, pp. 179–191.

УДК 629.78

## Анализ структуры многооборотных решений задачи Эйлера — Ламберта на основе метода Охоцимского — Егорова

Ивашкин Вячеслав Васильевич<sup>1,2</sup>

Иванюхин Алексей Викторович<sup>3,4(\*)</sup>

ivanyukhin.a@yandex.ru

<sup>1</sup> Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

<sup>2</sup> МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

<sup>3</sup> НИИ ПМЭ МАИ, Москва, Россия

<sup>4</sup> Российский университет дружбы народов им. Патриса Лумумбы, Москва, Россия

**Аннотация.** Рассмотрен метод решения задачи Эйлера — Ламберта, предложенный В.А. Егоровым и основанный на работах Д.Е. Охоцимского, посвященных анализу множества траекторий перелета между двумя заданными точками в центральном ньютоновском поле на основе баллистического подхода. Проведен анализ структуры области определения решений на основе связи основных параметров перелета, таких как время, угловая дальность, большая полуось, скорость и траекторный угол в начальной точке. Проведен качественный анализ траекторий перелета. Предложен оригинальный и эффективный численный метод решения.

**Ключевые слова:** задача Эйлера — Ламберта, многооборотное решение, метод Охоцимского — Егорова, определение орбиты

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда  
№ 22-79-10206.*

## Analysis of Multi-Revolution Euler — Lambert Problem Solution Structures Based on the Okhotsimsky — Yegorov Method

Ivashkin Vyacheslav Vasilievich<sup>1,2</sup>

Ivanyukhin Alexey Viktorovich<sup>3,4(\*)</sup>

ivanyukhin.a@yandex.ru

<sup>1</sup> M.V. Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS, Moscow, Russia

<sup>2</sup> Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

<sup>3</sup> RIAME Moscow Aviation Institute, Moscow, Russia

<sup>4</sup> RUDN University, Moscow, Russia

**Abstract.** This research examines the method for solving the Euler — Lambert problem proposed by V.A. Yegorov, which builds upon D.E. Okhotsimsky's works analyzing the set of transfer trajectories between two given points in a central Newtonian field using a ballistic approach. The analysis focuses on the solution domain structure through the relationship between key transfer parameters such as time, angular range, semi-major axis, velocity, and flight path angle at the initial point. A qualitative analysis of transfer trajectories is performed. An original and efficient numerical solution method is proposed.

**Keywords:** Euler — Lambert problem, multi-revolution solution, Okhotsimsky — Egorov method, orbit determination

*The study was supported by the Russian Science Foundation grant no. 22-79-10206.*

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Torre Sangra D., Fantino E. Review of Lambert's problem. *ISSFD 2015: 25th International Symposium on Space Flight Dynamics*, 2015, pp. 1–15. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2104.05283>
- [2] Охотимский Д.Е. Динамика космических полетов. Конспект лекций. Москва, Изд-во Московского университета, 1968, 158 с.
- [3] Эльясберг П.Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. Москва, Наука, 1965, 540 с.
- [4] Ивашкин В.В. О применении метода Охотимского — Егорова для решения задачи Эйлера — Ламберта. *Доклады РАН. Физика. Технические науки*, 2024, т. 514, с. 58–62.
- [5] Иванюхин А.В., Ивашкин В.В. Решение задачи Эйлера — Ламберта на основе баллистического подхода Охотимского — Егорова. *Астрономический вестник. Исследования Солнечной системы*, 2024, т. 58, № 6, с. 771–782.

УДК 538.9

## Моделирование спектральных особенностей одномерного градиентного фотонного квазикристалла

Кузьмина Катерина Андреевна

Филатов Владимир Викторович<sup>(\*)</sup>

vvfilatov@bmstu.ru

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Фотонные квазикристаллы — искусственные материалы с квазипериодической сверхструктурой, «период» которой изменяется по некоторому наперед заданному закону. В работе приводятся результаты моделирования оптического спектра одномерного градиентного двухкомпонентного фотонного квазикристалла — тонкой пленки, образованной последовательным чередованием двух различных плоских диэлектрических слоев (скажем, “*a*” и “*b*”) при условии линейного возрастания толщины каждого нового слоя образуемой структуры (то есть, “*a-bb-aaa-bbbb-...*”). Установлено присутствие в энергетическом спектре полученного композита нечетких запрещенных зон и определено влияние степени градиентности на «размытость» полос вторичного излучения. Полученные результаты открывают возможности создания образцов с заданной формой спектра.

**Ключевые слова:** фотонный кристалл, сверхструктура, градиентность, нечеткая стоп-зона, спектр вторичного излучения

## Modeling the spectral features of a one - dimensional gradient photonic quasi - crystal

Kuzmina Katerina Andreevna

Filatov Vladimir Viktorovich<sup>(\*)</sup>

vvfilatov@bmstu.ru

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** Photonic quasicrystals are artificial materials with a quasi-periodic superstructure whose “period” varies according to a predetermined law. This paper presents the results of modeling the optical spectrum of a one-dimensional gradient two-component photonic quasi-crystal – a thin film formed by successively alternating two different flat dielectric layers (say, “*a*” and “*b*”) under the condition of a linear increase in the thickness of each new layer of the resulting structure (i. e., “*a-bb-aaa-bbbb-...*”). The presence of fuzzy band gaps in the energy spectrum of the resulting composite is established, and the influence of the degree of gradient on the “blurring” of the secondary emission bands is determined. The obtained results open up the possibility of creating samples with a specified spectral shape.

**Keywords:** photonic crystal, superstructure, gradient, fuzzy stop band, secondary emission spectrum

УДК 538.9

## Комбинационное рассеяние света на осцилляторах сверхструктуры фотонного кристалла

Гавриловец Дарья Александровна

Гавриловец Виктория Александровна

Филатов Владимир Викторович<sup>(\*)</sup>

vvfilatov@bmstu.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

**Аннотация.** Фотонные кристаллы — материальные среды с регулярной оптической сверхструктурой (сверхрешеткой), период которой составляет несколько сотен нанометров. Подобный характерный масштаб соответствует длинам волн видимого диапазона и потому позволяет использовать прозрачные фотоннокристаллические образцы для визуализации и непосредственного изучения деталей важнейших механизмов физики конденсированного состояния, обычно недоступных для прямого наблюдения. Так, например, регистрация особенностей взаимодействия квантов внешнего электромагнитного поля (фотонов) с квантами решеточных возбуждений (фононами, поляронами, экситонами, орбитонами, холонами и спинонами) исключительно важна для установления соответствующих формфакторов и структурных функций. В данной работе исследуется взаимодействие фотонов с суперфононами — квантами колебаний осцилляторов сверхрешетки фотонного кристалла, рассчитываются модельные комбинационные спектры и проводится сопоставление с результатами спектрального анализа образцов. Установленные закономерности позволяют интерпретировать комбинационный пик в области около 1500 1/см ранее неясной природы как след Фано-взаимодействия образующихся в фотонном кристалле гибридных квазичастиц («супер-поляритонов»).

**Ключевые слова:** комбинационное рассеяние света, фотонный кристалл, сверхрешетка, фонон, поляритон, резонанс Фано

## Raman scattering on photonic crystal's superstructure oscillators

Gavrilovets Daria Alexandrovna

Gavrilovets Victoria Alexandrovna

Filatov Vladimir Viktorovich<sup>(\*)</sup>

vvfilatov@bmstu.ru

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** Photonic crystals are material media with a regular optical superstructure (superlattice) with a period of several hundred nanometers. This characteristic scale corresponds to wavelengths in the visible range and therefore allows the use of transparent photonic crystal samples for visualization and direct study of the details of the most important mechanisms of condensed matter physics, which are usually inaccessible to direct observation. For example, recording the interactions of external electromagnetic field quanta (photons) with lattice excitation quanta (phonons, polarons, excitons, orbitons, holons, and spinons) is crucial for establishing the corresponding form factors and structure functions. This paper examines the interaction of photons with superphonons – quanta of oscillator vibrations in a photonic crystal superlattice. Model Raman spectra are calculated and compared with the results of spectral analysis of samples. The established patterns allow us to interpret the Raman peak around  $1500\text{ cm}^{-1}$ , whose origin was previously unclear, as a trace of the Fano interaction of hybrid quasiparticles (“superpolaritons”) formed in the photonic crystal.

**Keywords:** raman scattering, photonic crystal, superlattice, phonon, polariton, Fano resonance

УДК 532.5

## Моделирование обтекания колеблющегося профиля методом вязких вихревых доменов

Серебровская Екатерина Александровна e.a.serebrovskaya@gmail.com

SPIN - код: 4096 - 9667

Марчевский Илья Константинович iliamarchevsky@mail.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

**Аннотация.** Моделирование гидродинамических явлений является актуальной инженерной задачей. Одним из подходов к решению такого класса задач выступает метод вязких вихревых доменов, реализованный в программном комплексе VM2D. Данный код предназначен для моделирования двумерных течений вязкой несжимаемой жидкости и успешно применяется для анализа широкого класса задач, включая взаимодействие потока с различными телами. Однако возможности моделирования обтекания деформируемых тел в VM2D были ограничены. В работе представлен алгоритм для моделирования обтекания колеблющихся профилей. В качестве примера рассмотрен рыбоподобный пловец, представляющий сечение цилиндрического тела в форме обобщенного профиля Жуковского и совершающий колебания по заданному закону, имитирующим волнообразные движения. Проведена верификация разработанного алгоритма путем сравнения результатов расчетов с данными, полученными в пакете OpenFOAM.

**Ключевые слова:** вихревые методы, гидродинамика рыбоподобного пловца

## Modeling of flow simulations around an oscillating airfoil using the viscous vortex domain method

Serebrovskaya Ekaterina Aleksandrovna e.a.serebrovskaya@gmail.com

SPIN - code: 4096 - 9667

Marchevsky Ilia Konstantinovich iliamarchevsky@mail.ru

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

**Abstract.** Modelling of flows simulation around bodies is a relevant engineering challenge. One established approach for this class of problems is the Viscous Vortex Domain (VVD) method, implemented in the VM2D software package. This code is intended for simulating flows of a viscous incompressible flows simulation and has been successfully applied to a broad spectrum of problems, including fluid-structure interaction. This work presents an algorithm for simulating flow around oscillating profiles. A fish-like swimmer is considered as an example, represented by a cylindrical body section with a generalized Zhukovsky profile geometry and undergoing undulatory motion prescribed by a law. The developed algorithm was verified by comparing its results with data obtained using the OpenFOAM package.

**Keywords:** vortex methods, hydrodynamics of a fish-like swimmer

УДК 519.8

## Реализация прототипа быстрого алгоритма поиска соседей в алгоритмах моделирования методами частиц

Заграничная Елена Владимировна

Марчевский Илья Константинович

iliamarchevsky@mail.ru

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Методы частиц относятся к лагранжевым или гибридным эйлерово-лагранжевым методам решения задач механики сплошной среды. Среди их преимуществ следует выделить сравнительную простоту реализации и вычислительную эффективность, особенно при выполнении расчетов на современных ЭВМ, оборудованных графическими ускорителями (GPU). При решении задач помимо непосредственной аппроксимации уравнений обычно приходится выполнять большое количество «вспомогательных» операций, например, производить для каждой части поиск близко расположенных («соседних») к ней частиц. Известно много постановок задачи поиска ближайших соседей; в докладе рассмотрен простейший вариант: поиска одного ближайшего соседа. Очевидный алгоритм имеет квадратичную вычислительную сложность (по числу частиц), что не позволяет рассматривать системы, содержащие сотни тысяч частиц за адекватное время. Рассмотрен алгоритм квазилинейной сложности, основанный на иерархическом LBVH-упорядочивании частиц и обходе k-d дерева. Для данного алгоритма создан прототип в системе компьютерной алгебры Wolfram Mathematica, использование которого позволит в дальнейшем разработать быстрые алгоритмы для других вычислительно-сложных операций и оптимизировать их с учетом специфики соответствующих задач. Это особенно актуально в контексте разработки алгоритмов для GPU с учетом того, что реализация сложных алгоритмов практически невозможна без создания «прототипов», при этом в системах компьютерной алгебры алгоритмы построения и обхода деревьев необходимого типа не реализованы.

**Ключевые слова:** методы частиц, быстрый алгоритм, ближайший сосед, система компьютерной алгебры

## Implementation of a fast neighbor search algorithm prototype for particle-based methods

Zagranichnaya Elena Vladimirovna

Marchevsky Ilia Konstantinovich

iliamarchevsky@mail.ru

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** Particle methods belong to Lagrangian or hybrid Eulerian-Lagrangian approaches for solving continuum mechanics problems. Their advantages include relative implementation simplicity and computational efficiency, particularly when performing calculations on modern computers equipped with graphics accelerators (GPUs). When solving problems, in addition to the direct approximation of the governing equations, it is required to perform a large number of “auxiliary” operations, such as searching for closely located (neighboring) particles for each particle. While there are many known formulations of the nearest neighbor search problem, this talk considers the simplest variant: the search for a single nearest neighbor. A straightforward algorithm has quadratic computational complexity (with respect to the number of particles), which makes it infeasible to simulate systems containing hundreds of thousands of particles within a reasonable time. An algorithm with quasi-linear complexity, based on hierarchical particle ordering (LBVH) and k-d tree traversal, is considered. A prototype of this algorithm was implemented in Wolfram Mathematica. The use of this prototype will facilitate the future development of fast algorithms for other time-consuming operations and their optimization according to the specifics of the corresponding problems. This is particularly relevant having in mind algorithms development for GPUs, since implementation of complex algorithms is practically impossible without preliminary “prototypes” development, while computer algebra systems lack built-in implementations for the required types of tree construction and traversal algorithms.

**Keywords:** particle methods, fast algorithm, nearest neighbor, computer algebra system

УДК 512.8

## Построение диаграмм расположения корней уравнения четвертого порядка

Сороквашин Александр Владимирович

sorokvashinav@student.bmstu.ru

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Рассматриваются несколько методов построения 3D-диаграммы, отображающей расположение корней характеристического уравнения 4-го порядка. Все методы позволяют классифицировать корни: отделить устойчивые от неустойчивых, а также сгруппировать их по типу и взаимному расположению. Предлагается алгоритмы вывода и получения соответствующих диаграмм с использованием современных инструментов — библиотек Python и среды MATLAB.

**Ключевые слова:** диаграмма Вышнеградского, система 4-го порядка, характеристическое уравнение, устойчивость, дискриминант, расположение корней, аппроксимация

## Construction of root locus diagrams for a fourth - order equation

Sorokvashin Alexander Vladimirovich

sorokvashinav@student.bmstu.ru

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** Several methods for constructing a 3D diagram that displays the root location of a fourth-order characteristic equation are considered. All methods allow for the classification of roots: separating stable from unstable ones, as well as grouping them by type and mutual arrangement. Algorithms for deriving and obtaining the corresponding diagrams using modern tools — Python libraries and the MATLAB environment — are proposed.

**Keywords:** Vyshnegradsky diagram, fourth-order system, characteristic equation, stability, discriminant, root arrangement, approximation

**Введение.** Характер переходных процессов в линейных системах определяется расположением корней характеристического уравнения. Классическая диаграмма Вышнеградского [1–5] позволяет анализировать системы третьего порядка через коэффициенты уравнения без вычисления корней. Для систем четвертого порядка существуют графические подходы [6–10], но ни один из них не является точным аналогом диаграммы Вышнеградского. Цель данной работы — построение пространственной диаграммы, которая разделит область устойчивости на части с различным взаимным расположением корней уравнения четвертого порядка.

**Методы и материалы; результаты.** Рассмотрим нормированное характеристическое уравнение вида:

$$x^4 + Ax^3 + Bx^2 + Cx + 1 = 0. \quad (1)$$

В работе исследуется характер и взаимное расположение корней уравнения (1) в зависимости от значений  $A$ ,  $B$  и  $C$ .

Первый метод построения диаграммы в пространстве параметров  $A$ ,  $B$  и  $C$  — поточечное решение уравнения (1) для выбранных диапазонов  $A$ ,  $B$  и  $C$  с последующей классификацией решений по характеру и взаимному расположению корней. Полученная диаграмма служит эталоном для проверки остальных подходов.

Второй метод — аналитический. Выведены уравнения поверхностей, разграничивающие области диаграммы: поверхность границы устойчивости, поверхность нулевого дискриминанта, поверхность, разделяющая корни по их взаимному расположению.

В силу громоздкости выражений для вывода применялись современные инструменты работы с символьной алгеброй [11, 12], основанные на методах и подходах высшей алгебры [13, 14]. Полученные уравнения поверхностей заданы неявно и имеют весьма громоздкую запись, что создает трудности при построении диаграммы. Третья диаграмма создана на основе разделения на части, упрощения и аппроксимации поверхностей второй диаграммы, что значительно упрощает вычисления, но неизбежно ведет к потере точности. Для создания третьей диаграммы разработана стратегия аппроксимации сложных неявных поверхностей с использованием современных инструментов.

**Заключение.** Предложены три методики построения пространственного аналога диаграммы Вышнеградского для уравнения 4-го порядка: визуализация поточечного расчета с классификацией корней, аналитический подход, использующий точные уравнения разграничивающих поверхностей, и упрощенный подход, использующий результаты аналитического. Среди других путей упрощения сложных поверхностей можно предложить параметризацию уравнений. Также диаграмма может быть снабжена дополнительными поверхностями, например, поверхностями равной степени устойчивости и колебательности.

#### Список источников

- [1] Ксенович И.П., Тарасик В.П. *Теория и проектирование автоматических систем*. Москва, Машиностроение, 1996, 480 с.
- [2] Бесекерский В.А., Попов Е.П. *Теория систем автоматического регулирования*. Москва, Наука, 1972, 768 с.
- [3] Воронов А.А., Титов В.К., Новогранов Б.Н. *Основы теории автоматического регулирования и управления*. Москва, Высш. шк., 1977, 519 с.
- [4] Нестеров А.В., Нестеров С.В. Диаграмма Вышнеградского в системе компьютерной математики MATLAB. *Научные труды КубГТУ*, 2016, № 13, с. 88–99.
- [5] Сырчина А.С., Кулешов А.В. Синтез регулятора индикаторного гиросtabilизатора с использованием критерия Вышнеградского. *Известия ТулГУ. Технические науки*, 2022, вып. 11, с. 99–110.
- [6] Вороной В.В. *Полиномиальный метод расчета многоканальных регуляторов пониженного порядка*. Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Новосибирск, Новосибирский государственный технический университет, 2013, 23 с.

- 
- [7] Сороквашин А.В., Кедровских Г.А., Татаринова А.С. Построение областей расположения корней многочленов четвертого порядка с действительными коэффициентами. *Политехнический молодежный журнал*, 2025, № 1(96). URL: <https://ptsj.bmstu.ru/catalog/math/compmath/1023.html> (дата обращения 15.03.2025).
  - [8] Rees E.L. Graphical Discussion of the Roots of a Quartic Equation. *The American Mathematical Monthly*, 1922, vol. 29, no. 2, pp. 51–55.
  - [9] Васильев В.А. *Геометрия дискриминанта*. Москва, МЦНМО, 2017, 16 с.
  - [10] Мирер С.А., Прилепский И.В. *Оптимальные параметры гравитационной системы спутник-стабилизатор*. Москва, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2008, 28 с.
  - [11] SymPy Development Team. *SymPy: Python library for symbolic mathematics*. URL: <https://www.sympy.org/> (accessed 15.03.2025).
  - [12] Cranmer M. *PySR: High-Performance Symbolic Regression in Python/Julia*. URL: <https://github.com/MilesCranmer/PySR> (accessed 15.03.2025).
  - [13] Прасолов В.В. *Многочлены*. Москва, МЦНМО, 2003, 335 с.
  - [14] Курош А.Г. *Курс высшей алгебры*. Санкт-Петербург, Лань, 2025, 432 с.

УДК 629.7.02

## Оценка упругих эффектов при отделении створок обтекателя

Терешина Ксения Владимировна<sup>(\*)</sup>

kseniya.tereshina1@rsce.ru

Борzych Сергей Васильевич

Sergey.Borzykh@rsce.ru

ПАО РКК «Энергия», Королёв, Россия

**Аннотация.** Процесс отделения створок обтекателя — одна из ключевых динамических операций, невыполнение которой автоматически ведет к неудаче миссии. Так как на наземных экспериментальных установках невозможно в полной мере реализовать реальные условия отделения, то для обоснования принятых технических решений используется математическое моделирование. Разработана модель процесса, позволяющая анализировать движение отделяющихся упругих створок относительно носителя с учетом всех силовых факторов. Исследованы качественные эффекты упругих конструкций, влияющие на безударность процесса отделения. Осуществлен выбор энергетических характеристик средств отделения.

**Ключевые слова:** створки обтекателя, процесс отделения, упругий эффект, безопасность

## Assessment of elastic effects at fairing flaps separation

Tereshina Kseniya Vladimirovna<sup>(\*)</sup>

kseniya.tereshina1@rsce.ru

Borzykh Sergey Vasilievich

Sergey.Borzykh@rsce.ru

PIJC Rocket and Space Corporation Energia, Korolev, Russia

**Abstract.** The process of separating the fairing flaps is one of the key dynamic operations, the failure of which will automatically lead to a mission failure. Since on ground-based experimental facilities it is impossible realize the real conditions of separation, mathematical modeling is used to substantiate the made technical solutions. A process model has been developed that allows analyzing the movement of separable elastic flaps relative to the launch vehicle taking into account all power factors. Qualitative effects of elastic structures affecting the non-impact of the separation process have been investigated. Selection of energy characteristics of separation means is carried out.

**Keywords:** fairing flaps, separation process, elastic effect, safety

**Введение.** Процесс отделения защитных створок обтекателя является одной из ключевых динамических операций, осуществляемых на участке выведения полезного груза (ПГ). Обтекатель служит для защиты ПГ как на стартовом столе, так и на участке выведения. После прохождения атмосферного участка обтекатель отделяется от ракеты-носителя, так как его защитная функция перестает быть необходимой. Развитие ракетно-космической техники сопряжено со структурным усложнением ракет космического назначения (РКН), ростом их габаритов с одновременной минимизацией массы «сухой» конструкции. В связи с этим обтекатели имеют значительные размеры, поэтому выполняются составными. Конструктивно они представляют собой комбина-

цию оболочек вращения — цилиндров, конусов, сфер и включают несколько раздельно сбрасываемых створок. Под обтекателем с некоторым зазором находится зона конструкции космического аппарата.

Под безопасностью процесса отделения обтекателя понимается отсутствие соударений его створок как с полезным грузом так и с носителем, продолжающим полет. Для обеспечения организованного движения отделения створок в первой фазе процесса они разворачиваются относительно осей вращения, размещенных на носителе. Затем, после достижения определенного угла разворота, связь с носителем разрывается, и начинается участок автономного движения створок [1].

**Методы.** Известны работы, в которых предпринимались попытки учета упругих свойств конструкции ракетно-космических объектов применительно к процессам отделения. В них рассматривалось отделение боковых ускорителей, при этом использовались простейшие балочные модели [1, 2, 4].

Известны случаи, когда наблюдаемая скорость отделения створок отличалась от рассчитанной по абсолютно твердым моделям, также наблюдалось повреждение полезного груза, вследствие упругих колебаний разрезной тонкостенной конструкции створок. В связи с этим разработан методический подход и соответствующая программная реализация, для прогнозной оценки эффектов упругой отдачи при разделении, а также потерь скорости, обусловленных упругими свойствами конструкций.

Механизм потерь скорости заключается в следующем: в случае расчета твердых моделей вся потенциальная энергия, запасенная средствами отделения (СО), полностью переходит в кинетическую энергию разворота створок, при этом створки к моменту разрыва связи с носителем приобретают определенную угловую скорость — эталонную скорость. При учете упругих свойств часть потенциальной энергии СО полностью не переходит в кинетическую энергию разворота створки (твердую форму движения), часть энергии уходит на возбуждение упругих форм колебаний [3], в связи с чем реальная угловая скорость упругой створки на момент разрыва связи с носителем будет отличаться от твердого эталона.

**Заключение.** Уточненная модель процесса отделения створок, учитывающая их упругие свойства позволит более точно осуществлять прогнозную оценку кинематических параметров, уровня нагружения конструкции и анализировать безопасность процесса отделения.

#### Список источников

- [1] Колесников К.С., Кокушкин В.В., Борzych С.В., Панкова Н.В. *Расчет и проектирование систем разделения ступеней ракет*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2006, 376 с.
- [2] Кокушкин В.В., Борzych С.В., Петров Н.К., Панкова Н.В. Анализ влияния упругих свойств конструкции воздушно-космического самолета и последней ступени ракеты-носителя на динамику их разделения. *Авиакосмическая техника и технология*, 2001, № 3, с. 35.
- [4] Бидерман В.Л. *Прикладная теория механических колебаний*. Москва, Машиностроение, 1980, 405 с.
- [5] Bakulin V.N., Borzykh S.V. Dynamic Model of Process of Division the Large-Sized Elastic Space-Rocket Designs. *Doklady Physics*, 2023, vol. 68 (6), art. no. 190.

УДК 620.178.3

## Опыт расчета и проектирования стенда для пневматических испытаний фасонных частей трубопроводов

Марков Борис Анатольевич

bobor@bk.ru

Марков Максим Борисович

ЛГТУ, Липецк, Россия

**Аннотация.** Приведено исследование напряженно-деформированного состояния 3D-модели стенда для пневматических испытаний на сплошность фасонных частей трубопроводов с DN от 1000 до 1600 мм, отлитых из высокопрочного чугуна с шаровидным графитом. В результате расчетов в системе автоматизированного проектирования выявлены слабые места конструкции стенда, предложены рекомендации, позволяющие повысить ее надежность при испытательном давлении внутри испытываемой детали до 0,5 МПа включительно.

**Ключевые слова:** стенд, расчет, прочность, испытания, напряжения, перемещения, рама, трубопроводы, фасонные части трубопроводов

## Experience in calculating and designing a stand for pneumatic testing of shaped parts of pipelines

Markov Boris Anatolevich

bobor@bk.ru

Markov Maxim Borisovich

LSTU, Lipetsk, Russia

**Abstract.** A study of the stress-strain state of the 3D model of the bench for pneumatic strength and continuity tests of shaped parts of pipelines with DN from 1000 to 1600 mm, cast from high-strength cast iron with spherical graphite, is presented. As a result of calculations in the computer-aided design system, weak points of the bench were identified, recommendations were proposed for changing the design of the bench, allowing to increase its reliability at the test pressure inside the tested part up to 0.5 MPa inclusive.

**Keywords:** stand, calculation, strength, tests, stresses, displacements, frame, pipelines, shaped parts of pipelines

**Введение.** При изготовлении труб и фасонных частей трубопроводов из высокопрочного чугуна с шаровидным графитом проводятся, как правило, гидравлические испытания на прочность [1]. Однако в ряде случаев требуется проведение испытаний на сплошность сжатым воздухом [2]. Поэтому в связи с освоением производства фасонных частей трубопроводов (тройники, отводы, колена и т. д. [1]) с внутренним условным диаметром DN более 1000 мм возникла необходимость в проектировании и изготовлении стенда для проведения таких пневматических испытаний.

**Методы и материалы; результаты.** На первом этапе работы на основе имеющихся нормативно-технических документов [3, 4 и других] было разработано техническое задание на проектирование испытательного стенда.

На втором этапе на основе анализа существующих конфигураций фасонных частей [1] был разработан эскизный проект стенда, учитывающей возможность перемещения в заданное положение гидроцилиндров, предназначенных для прижатия заглушек к торцам испытываемой детали при создании внутри нее испытательного давления.

Затем с использованием систем автоматического проектирования были разработаны 3D-модели как испытываемых фасонных деталей, так и рамы стенда. Применение 3D-моделей позволило значительно сократить сроки расчетов трижды статически неопределимой рамной конструкции стенда при различных (более 30) вариантах приложения внешних сил и их числовых значений.

Расчет напряжений и перемещений (деформаций) в 3D-моделях выполнялся методом конечных элементов. При выполнении анализа напряженно-деформированного состояния 3D-модели стенда определялись возникающие в ней трехмерные напряжения и деформации. Этот метод широко применяется для анализа сложных напряженных состояний, но интерпретация результатов должна основываться на опыте и экспертном мнении специалистов в сочетании с анализом целей и требований конструкции.

**Заключение.** Проведен расчет рамы испытательного стенда, определены размеры поперечного сечения ее деталей, обеспечивающие в процессе испытаний фасонных деталей трубопроводов с DN 1000–1600 мм внутренним давлением 0,6 МПа коэффициент запаса прочности не менее 1,5.

Результаты работы были использованы при изготовлении испытательного стенда в ООО «ЧугунСпецСтрой».

#### Список источников

- [1] ГОСТ 5525–88. Части соединительные чугунные, изготовленные литьем в песчаные формы для трубопроводов. Технические условия. Москва, Издательство стандартов, 1992, 47 с.
- [2] ГОСТ ISO 2531–2012. Трубы, фитинги, арматура и их соединения из чугуна с шаровидным графитом для водо- и газоснабжения. Технические условия. Межгосударственный стандарт. Москва, Стандартиформ, 2013, 45 с.
- [3] Правила устройства и безопасной эксплуатации технологических трубопроводов. (ПБ 03-585-03). Сер. 03, вып. 25. Москва, ОАО «Научно-технический центр по безопасности в промышленности», 2007, 152 с.
- [4] Свод правил. Газораспределительные системы СНиП 42-01-2002. СП 62.13330.2011. <https://normativ.kontur.ru/document?moduleId=9&documentId=430052> (дата обращения 15.03.2025).
- [5] Каргин В.Р., Каргин Б.В. Механика сплошных сред. Часть 2. Самара, Изд-во Самарского университета, 2017, 78 с.

УДК 539.214/.3

## Предельное состояние упругой полосы при комбинированном нагружении

Минаева Надежда Витальевна

nminaeva@yandex.ru

Коротков Михаил Михайлович

mihail\_korotkov97@rambler.ru

*Воронежский государственный университет, Воронеж, Россия*

**Аннотация.** Исследуется предельное состояние упругой неоднородной полосы на основе нелинейной модели. Сжимающие усилия, приложенные к верхней, нижней и боковым поверхностям, являются независимыми. Контур поперечного сечения полосы в ненагруженном состоянии близок к прямоугольному. В качестве условия достижения предельного состояния использован критерий непрерывной зависимости функции, характеризующей поведение изучаемого объекта, от исходных данных. Нарушение этой непрерывности способно вызывать потерю устойчивости (первая группа предельных состояний) или чрезмерные деформации, отклонения от проектируемых расчетных значений (вторая группа предельных состояний). В математическую модель, наряду с нелинейными граничными условиями, включены углы поворота (подход Новожилова — Ишлинского). Получено условие, позволяющее определять область, на границе которой состояние полосы станет предельным (потеря устойчивости равновесной формы). Проведен анализ учета нелинейности в уравнениях равновесия на найденную область. Результаты согласуются с известными решениями для частных случаев. Для различных параметров сечения определены области однородного напряженно-деформированного состояния.

**Ключевые слова:** предельное состояние, упругая полоса, непрерывная зависимость, комбинированное нагружение

## Limit state of an elastic strip under combined loading

Minaeva Nadezhda Vitalievna

nminaeva@yandex.ru

Korotkov Mikhail Mikhailovich

mihail\_korotkov97@rambler.ru

*Voronezh State University, Voronezh, Russia*

**Abstract.** The limit state of an elastic heterogeneous strip is studied using a nonlinear model. Compressive forces applied to the upper, lower, and side surfaces are independent. The strip's cross-sectional contour in the unloaded state is close to rectangular. The criterion for reaching the limit state is the continuous dependence of the function characterizing the behavior of the studied object on the initial data. Disruption of this continuity can cause loss of stability (the first group of limit states) or excessive deformations, deviations from the designed design values (the second group of limit states). The mathematical model, along with nonlinear boundary conditions, includes rotation angles (the Novozhilov-Ishlinsky approach). A condition is obtained that allows one to determine the region at the boundary of which the strip's state becomes limiting (loss of stability of the equilibrium shape). An analysis of the nonlinearity in the equilibrium equations is performed for the determined region. The results are consistent with known solutions for particular cases. Regions of uniform stress-strain state are determined for various section parameters.

**Keywords:** limit state, elastic strip, continuous dependence, combined loading

УДК 523.44

## Возможные сценарии происхождения коорбитальных объектов Земли

Адыгезалов Нураддин

adigozalov@phystech.edu

*Московский физико-технический институт, Долгопрудный, Россия*

**Аннотация.** Коорбитальными объектами какой-либо планеты называются малые небесные тела, находящиеся в резонансе средних движений 1:1 с этой планетой (т. е., период их орбитального движения совпадает с периодом орбитального движения планеты). В настоящее время (осень 2025 г.) известно около двадцати коорбитальных объектов Земли. В рамках ограниченной задачи N тел проведено численное исследование различных сценариев захвата астероидов в резонанс 1:1 с Землей. Установлены условия, при которых происходят захват и выход из резонанса. Получена оценка характерной продолжительности движения в коорбитальном режиме.

**Ключевые слова:** коорбитальные объекты, квазиспутники, резонансы

## Possible scenarios of origin of Earth's coorbitals

Adigozalov Nuraddin

adigozalov@phystech.edu

*Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudnyi, Russia*

**Abstract.** Co-orbital objects of a planet are small celestial bodies that are in a 1:1 mean-motion resonance with that planet, i. e. their orbital period coincides with the planet's orbital period. As of autumn 2025, about twenty Earth co-orbitals are known. Within the framework of the restricted N-body problem, we carried out a numerical investigation of various scenarios of capture of asteroids into the 1:1 resonance with Earth. The conditions governing both capture into and escape from the resonance were identified, and the characteristic duration of motion in the co-orbital regime was estimated.

**Keywords:** co-orbitals, quasi-satellites, resonances

**Введение.** В Солнечной системе коорбитальные объекты движутся преимущественно в квазиспутниковом, подковообразном и троянском режиме (возможны также составные режимы движения, являющиеся объединением перечисленных основных режимов). Классификация режима движения определяется поведением угла, называемого резонансной фазой и равного разности средних долгот планеты и объекта.

Первые коорбитальные объекты Земли были открыты в XX века. По мере усовершенствования наблюдательных средств количество известных объектов этого типа увеличивается. Большинство из них были обнаружены в момент максимального сближения с Землей. В настоящее время (осень 2025 г.) известно около двадцати объектов, принадлежащих к коорбитальной популяции Земли. Следует отметить, что из-за некоторых различий в отнесении

движения ряда объектов к коорбитальному разные специалисты указывают разное количество обнаруженных у Земли коорбитальных объектов.

Особенный интерес в коорбитальной популяции представляют квазиспутники. В сравнении с другими коорбитальными объектами квазиспутники примечательны малыми расстояниями до Земли при сближениях. Это упрощает их возможное исследование с помощью космических аппаратов. В ближайшие годы эту возможность предполагает использовать китайское космическое агентство, отправившее аппарат Tianwen-2 к квазиспутнику Земли (469219) Kamo'oalewa.

Четкое понимание причин появления у Земли коорбитальной популяции отсутствует. В настоящее время обсуждаются три сценария происхождения. Первый сценарий примордиальный: коорбитальные объекты образовались вместе с Землей на ранних этапах существования Солнечной системы. Второй сценарий состоит в захвате в резонанс выбросов с поверхности Луны при ее столкновениях с малыми небесными телами. Третий сценарий связан с захватом в резонанс астероидов Главного пояса [2, 3]. Первый сценарий не согласуется со средним временем жизни АСЗ [4], второй не согласуется с наблюдениями [5]. В данной работе рассматриваются сценарий формирования коорбитальной популяции захватом в резонанс объектов из Главного пояса.

Методы. Основным методом изучения эволюции движения на временных интервалах длиной в миллионы лет является численное интегрирование. Нами было проведено численное интегрирование уравнений движения астероида в рамках ограниченной задачи N тел с учетом влияния Венеры, Земли, Марса, Юпитера и Сатурна на астероид при помощи интегратора REBOUND.

Результаты. Получены примеры возможного захвата астероидов в резонанс с планетами внутренней части Солнечной системы, а также указаны времена нахождения в таких резонансных режимах. С использованием критерия Тиссерана аналитически оценена возможность захвата астероида в резонанс с Землей в результате однократных и повторных близких сближений с Марсом и Венерой, представлены соответствующие сценарии. Астероиды семейств Фокеи и Венгрии рассмотрены в качестве кандидатов источника коорбиталей планет внутренней части Солнечной системы.

## Список источников

- [1] Wiegert P., Innanen K., Mikkola S. An asteroidal companion to the Earth. *Nature*, 1997, vol. 387, pp. 685–686.
- [2] Galiasso M.A., Bazsó Á., Dvorak R. Fugitives from the Hungaria region: Close encounters and impacts with terrestrial planets. *Planetary and Space Science*, 2013, vol. 84, pp. 5–13.
- [3] Galiasso M.A., Schwarz R. The Hungaria region as a possible source of Trojans and satellites in the inner Solar System. *MNRAS*, 2014, vol. 445, pp. 3999–4007.
- [4] Morais M.H.M., Morbidelli A. The population of near-Earth asteroids in co-orbital motion with the Earth. *Icarus*, 2002, vol. 160, pp. 1–9.
- [5] Brasser R., Wiegert P. Asteroids on Earth-like orbits and their origin. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2008, vol. 386, iss. 4, pp. 2031–2038.

УДК 539.31

## Численное моделирование одностороннего дискретного контакта для несжимаемой упругой полосы

Бобылев Александр Александрович

abobylov@gmail.com

МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

**Аннотация.** Рассматривается задача о вдавливании жесткого штампа конечных размеров с поверхностным микрорельефом в несжимаемую упругую полосу. Получены граничные вариационные формулировки задачи с использованием оператора Пуанкаре — Стеклова, отображающего контактные напряжения в перемещения. При аппроксимации этого оператора использовалось дискретное преобразование Фурье, а для вычисления передаточной функции применялся алгоритм, построенный на основе вариационной формулировки краевой задачи для трансформант перемещений. В результате аппроксимации исходной контактной задачи получена задача квадратичного программирования с ограничениями в виде равенств и неравенств, для численного решения которой использован алгоритм на основе метода сопряженных градиентов. Методом вычислительного эксперимента установлен ряд закономерностей контактного взаимодействия.

**Ключевые слова:** односторонний дискретный контакт, несжимаемая упругая полоса, оператор Пуанкаре — Стеклова

## Numerical simulation of unilateral discrete contact for an incompressible elastic strip

Bobylev Aleksandr Aleksandrovich

abobylov@gmail.com

Lomonosov MSU, Moscow, Russia

**Abstract.** The problem is considered for the indentation of an incompressible elastic strip by a rigid punch of finite dimension with a surface microrelief. Boundary variational formulations of the problem are obtained using the Poincaré — Steklov operator, which maps contact stresses into displacements. The discrete Fourier transform was used to approximate this operator and the algorithm based on the variational formulation of the boundary value problem for displacement transforms was employed to calculate the transfer function. Approximating the original contact problem yields a quadratic programming problem with equality and inequality constraints. The algorithm based on the conjugate gradient method was used for its numerical solution. Some patterns in contact interaction were established through computational experiments.

**Keywords:** unilateral discrete contact, incompressible elastic strip, Poincaré — Steklov operator

УДК 629.7

## О стабилизации установившихся движений спутника - гиростата в гравитационном и магнитном полях Земли

Морозов Виктор Михайлович<sup>1(\*)</sup>

moroz@imec.msu.ru

Каленова Вера Ильинична<sup>1</sup>Тихонов Алексей Александрович<sup>2</sup><sup>1</sup> НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия<sup>2</sup> Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт Петербург, Россия

**Аннотация.** Среди различных факторов, влияющих на динамику управляемого вращательного движения спутника около центра масс, важную роль играют, во-первых, моменты сил, формируемые за счет взаимодействия спутника с гравитационным и магнитным полями Земли, а во-вторых, внутренние движения, возникающие из-за наличия на спутнике маховиков (роторов) с осями вращения, неизменно закрепленными в корпусе спутника. Такой спутник обычно называют гиростатом. В работе представлены новые результаты в исследовании программных движений спутника-гиростата с учетом влияния гравитационного и магнитного полей Земли.

**Ключевые слова:** спутник-гиростат, установившиеся движения, нестационарная по управлению система, управляемость, стабилизация

### Список источников

- [1] Овчинников М.Ю. и др. Движение спутника, оснащенного тангажным маховиком и магнитными катушками, в гравитационном поле. *Космические исследования*, 2017, т. 5, № 3, с. 217–225.
- [2] Румянцев В.В. Об устойчивости стационарных движений спутников. *Выч. центр АН СССР*, 1967, 141 с.
- [3] Aleksandrov A.Yu., Aleksandrova E.B., Tikhonov A.A. Stabilization of a programmed rotation mode for a satellite with electrodynamic attitude control system. *Advances in Space Research*, 2018, vol. 62, pp. 142–151.
- [4] Морозов В.М., Каленова В.И. *Линейные нестационарные системы и стабилизация движения спутника около центра масс в геомагнитном поле*. Москва, Изд-во МГУ, 2023, 174 с.
- [5] Морозов В.М., Каленова В.И., Рак М.Г. Стабилизация стационарных движений спутника около центра масс в геомагнитном поле. *Итоги науки и техники. Сер. Совр. матем. и ее приложения. Тематические обзоры*, 2023, т. 220, с. 71–85; т. 221, с. 71–92; т. 222, с. 42–63; т. 223, с. 84–106; т. 224, с. 15–124.

## On stabilization of steady-state motions of a gyrostat satellite in the Earth's gravitational and magnetic fields

Morozov Viktor Mikhailovich<sup>1(\*)</sup>

moroz@imec.msu.ru

Kalenova Vera Ilyinichna<sup>1</sup>

Tikhonov Alexey Alexandrovich<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Institute of Mechanics of the Lomonosov MSU, Moscow, Russia*

<sup>2</sup> *St. Petersburg University, St. Petersburg, Russia*

**Abstract.** Among the various factors influencing the dynamics of the controlled rotational motion of a satellite around its center of mass, two factors play an important role: firstly, the moments of forces generated by the interaction of the satellite with the gravitational and magnetic fields of the Earth, and secondly, the internal movements arising due to the presence of rotors on the satellite with axes of rotation permanently fixed in the satellite body. Such a satellite is commonly called a gyrostat. This paper presents new results in the study of the programmed motions of a gyrostat satellite in the Earth's gravitational and magnetic fields.

**Keywords:** satellite, gyrostat, steady-state motion, time-varying control system, controllability, stabilization

УДК 532.5

## Анализ зависимости частот кавитационных автоколебаний от подачи и кавитационного запаса центробежного насоса с боковым подводом

Проценко Антон Александрович<sup>(\*)</sup>

protsenko.a@bmstu.ru

Шкапов Павел Михайлович

spm@bmstu.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

**Аннотация.** В результате проведенного экспериментального исследования был выполнен комплексный анализ автоколебательных процессов в лопастном центробежном насосе в зависимости от двух ключевых параметров — подачи  $Q$  и кавитационного запаса  $NPSH$ . На основе экспериментальных данных построена гладкая аппроксимирующая поверхность периода колебаний  $T(Q, NPSH)$ , обеспечивающая высокую точность (средняя ошибка  $< 5\%$ ) в заданном диапазоне параметра. Из этой поверхности аналитически получены первые и вторые частные производные, что позволило выделить области с различным характером чувствительности периода к изменению каждого параметра. Проведенный анализ показал, что характер влияния параметров носит нелинейный и неоднородный по области определения характер, включая зоны согласованного и противоположного воздействия факторов. Выполнен градиентный анализ робастности, позволивший построить карты модуля ( $\|T\|$ ) и выделить критические линии  $\partial T / \partial Q = 0$  и  $\partial T / \partial NPSH = 0$ , разделяющие режимы с разным направлением влияния параметров.

**Ключевые слова:** центробежный насос, кавитация

### Список источников

- [1] Аксенов Е.П. *Кавитационные явления в гидравлических машинах*. Москва, Машиностроение, 1987, 280 с.
- [2] Лаврентьев В.П. *Гидродинамика и кавитация в насосах*. Ленинград, Судостроение, 1985, 312 с.
- [3] Барков С.С., Петров А.В. Анализ автоколебаний в центробежных насосах при переменных режимах подачи. *Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки*, 2022, т. 30, № 4, с. 45–53.
- [4] Козлов Д.В., Лосев А.А. Экспериментальное исследование кавитационных автоколебаний в насосах среднего давления. *Научно-технический вестник Поволжья*, 2021, № 6, с. 78–85.

## Analysis of the dependence of cavitation self-oscillating frequencies on the flow rate and net positive suction head (NPSH) of a centrifugal pump with side inlet

Protsenko Anton Aleksandrovich<sup>(\*)</sup>

protsenko.a@bmstu.ru

Shkapov Pavel Mikhailovich

spm@bmstu.ru

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** This experimental study resulted in a comprehensive analysis of self-oscillating processes in a vane centrifugal pump depending on two key parameters: flow rate  $Q$  and net positive suction head (NPSH). Based on the experimental data, a smooth approximating surface for the oscillation period  $T(Q, \text{NPSH})$  was constructed, ensuring high accuracy (average error  $< 5\%$ ) over the specified parameter range. First and second partial derivatives were analytically obtained from this surface, allowing us to identify regions with different period sensitivity to changes in each parameter. The analysis revealed that the influence of the parameters is nonlinear and heterogeneous across the domain, including zones of consistent and opposing influences. A gradient robustness analysis was performed, allowing us to construct modulus maps ( $\|T\|$ ) and identify critical lines  $\partial T / \partial Q = 0$  and  $\partial T / \partial \text{NPSH} = 0$ , separating modes with different directions of parameter influence.

**Keywords:** centrifugal pump, cavitation

УДК 621.8

## Динамическая модель коробки передач

Новиков Евгений Рюрикович<sup>(\*)</sup>

novikover@ystu.ru

Ермолов Алексей Вениаминович

Маурин Николай Николаевич

Крутилов Дмитрий Алексеевич

*ЯГТУ, Ярославль, Россия*

**Аннотация.** Разработана система уравнений для аналитического определения частот крутильных резонансных колебаний соосных коробок передач. Модель учитывает: жесткость не только зубьев зубчатых колес, но и зубчатых муфт, шлицевых соединений; массу и жесткость валов; влияние других частей трансмиссии (например, жесткость карданного вала, массу маховика и др.). Модель может быть использована при анализе поперечных колебаний для снижения уровня вибрации механической системы на стадии конструирования.

**Ключевые слова:** зубчатые передачи, резонансные колебания

## Dynamic model of gearbox

Novikov Evgeniy Rurikovich<sup>(\*)</sup>

novikover@ystu.ru

Ermolov Alexey Veniaminovich

Maurin Nikolay Nikolaevich

Krutilov Dmitry Alekseevich

*Yaroslavl State Technical University, Yaroslavl, Russia*

**Abstract.** A system of equations has been developed for the analytical determination of torsional resonant vibration frequencies in coaxial gearboxes. The model takes into account the stiffness of not only the gear teeth, but also the gear couplings and splined connections; the mass and stiffness of the shafts; and the influence of other transmission components (e.g., cardan shaft stiffness, flywheel mass, etc.). The model can be used to analyze transverse vibrations to reduce the vibration level of a mechanical system at the design stage.

**Keywords:** gear transmissions, resonant vibrations

## Список источников

- [1] Вулгаков Э.Б., ред. *Авиационные зубчатые передачи и редукторы: Справочник*. Москва, Машиностроение, 1981, 374 с.
- [2] Генкин М.Д., ред. *Вибрации в технике: Справочник. Измерения и испытания*. Москва, Машиностроение, 1981, т. 5, 496 с.

УДК 621.929

## Анализ энергетических характеристик процесса смешения дисперсных компонентов шихты

Капанова Анна Борисовна<sup>(\*)</sup>

kapanova\_anna@mail.ru

Бахаева Дарья Дмитриевна

ЯГТУ, Ярославль, Россия

**Аннотация.** Выполнен анализ энергетических характеристик процесса смешения разреженных потоков дисперсных компонентов шихты в рабочей зоне аппарата с гибкими лопастями при стохастическом моделировании в формализме Орнштейна — Уленбека. Функциональные связи данных характеристик с информационными параметрами изучаемого процесса способствуют установлению значимых факторов, влияющих на эффективность смешения.

**Ключевые слова:** модель, процесс, смешение, сыпучая шихта

## Dynamic model of gearbox

Kapranova Anna Borisovna<sup>(\*)</sup>

kapanova\_anna@mail.ru

Bakhaeva Daria Dmitrievna

Yaroslavl State Technical University, Yaroslavl, Russia

**Abstract.** An analysis of the energy characteristics of the mixing process of rarefied flows of dispersed batch components in the working zone of a flexible-blade apparatus was performed using stochastic modeling in the Ornstein — Uhlenbeck formalism. The functional relationships of these characteristics with the information parameters of the process under study facilitate the identification of significant factors influencing mixing efficiency.

**Keywords:** model, process, mixing, loose bath

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Климонтович Ю.Л. Турбулентное движение и структура хаоса: Новый подход к статистической теории открытых систем. Москва, ЛЕНАНД, 2014, 328 с.

УДК 539.3

## Моделирование деформации тонких многослойных пластин в рамках микрополярной теории упругости на основе метода асимптотического осреднения

Бойко Сергей Владимирович

s.boyko1999@mail.ru

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Рассматривается общая постановка задачи микрополярной теории упругости. Получено ее решение в общем виде для случая тонкой многослойной пластины. Для этого используется метод асимптотического осреднения, который предполагает поиск неизвестных величин в виде асимптотических разложений по малому параметру, соответствующему рассматриваемой пластине. Сделаны выводы о том, что рассмотренный метод позволяет найти все неизвестные величины в задаче.

**Ключевые слова:** микрополярная теория упругости, моментные напряжения, метод асимптотического осреднения

## Modeling the deformation of thin multilayer plates in the micropolar theory of elasticity based on the method of asymptotic homogenization

Boiko Sergey Vladimirovich s.boyko1999@mail.ru

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** The author considers the general formulation of the problem in the theory of micropolar elasticity. They obtain a general solution of it for the case of a thin multilayer plate. They accomplish that by applying the method of asymptotic homogenization, which involves finding unknown quantities as asymptotic expansions in a small parameter corresponding to the plate under consideration. It is concluded that this method allows one to find all unknown quantities in the problem.

**Keywords:** micropolar elasticity, couple stresses, method of asymptotic homogenization

### Список источников

- [1] Новацкий В. *Теория упругости*. Москва, Мир, 1975, 872 с.

УДК 534.11

## Собственные формы поперечных колебаний стержней переменного сечения с периодической системой дефектов

Пью Ко Ко<sup>1</sup>

phyokoko4387@gmail.com

Байдулов Василий Геннадьевич<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

<sup>2</sup> ИПМех РАН, Москва, Россия

**Аннотация.** В статье подробно изучается влияние количества и амплитуды дефектов в профиле стержня на собственные значения и формы поперечных колебаний. Авторы применяют как аналитические, так и численные подходы, чтобы показать, как геометрические изменения влияют на вибрационные характеристики, что имеет большое значение для точности инженерных расчетов. Исследование имеет большое значение для понимания динамического поведения неоднородных конструкций, будет полезно для создания более точных и надежных моделей для практического использования в инженерных системах.

**Ключевые слова:** резонатор, собственные колебания стержня, метод ускоренной сходимости

## Natural forms of transverse vibrations of rods of variable cross-section with a periodic system of defects

Phyo Ko Ko<sup>1</sup>

phyokoko4387@gmail.com

Baidulov Vasily Gennadievich<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

<sup>2</sup> Institute of Applied Mechanics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

**Abstract.** The article examines in detail the influence of the number and amplitude of defects in a rod profile on the eigenvalues and modes of transverse vibrations. The authors use both analytical and numerical approaches to demonstrate how geometric changes influence vibration characteristics, which is crucial for the accuracy of engineering calculations. This study is of great importance for understanding the dynamic behavior of heterogeneous structures and will be useful for creating more accurate and reliable models for practical use in engineering systems.

**Keywords:** resonator, gas natural oscillations, accelerated convergence method

УДК 523.34

## Моделирование пористости и теплопроводности лунной коры

Кронрод Екатерина Викторовна<sup>(\*)</sup>

e.kronrod@gmail.com

Кронрод Виктор Александрович

Кусков Олег Львович

*Институт геохимии и аналитической химии им. В.И. Вернадского, Москва, Россия*

**Аннотация.** Представлена модель распределения пористости и связанной с ней теплопроводности в лунной коре. Модель основана на зависимости пористости от литостатического давления, плотности минерального зерна и представлениях о внутренней структуре коры, основанных на литературных данных. Рассчитанные профили пористости используются для оценки эффективного коэффициента теплопроводности, учитывающего вклад как твердой фазы, так и радиационного переноса тепла между обломками. Полученные зависимости позволяют связать механические и теплофизические параметры вещества и могут быть использованы при построении тепловых моделей Луны.

**Ключевые слова:** Луна, кора, пористость, теплопроводность, численное моделирование

*Работа выполнена в рамках госзадания ГЕОХИ РАН.*

## Modeling of porosity and thermal conductivity of the lunar crust

Kronrod Ekaterina Viktorovna<sup>(\*)</sup>

e.kronrod@gmail.com

Kronrod Viktor Aleksandrovich

Kuskov Oleg Lvovich

*Vernadsky Institute of Geochemistry and Analytical Chemistry, Moscow, Russia*

**Abstract.** A model describing the distribution of porosity and related thermal conductivity in the lunar crust is presented. The model is based on the dependence of porosity on lithostatic pressure, mineral grain density, and the internal structure of the crust inferred from published data. The calculated porosity profiles are used to estimate the effective thermal conductivity, which accounts for the contribution of both the solid phase and radiative heat transfer between rock fragments. The obtained relationships provide a quantitative link between the mechanical and thermophysical properties of the crustal material and can be applied in constructing thermal models of the Moon.

**Keywords:** Moon, crust, porosity, thermal conductivity, numerical modeling

*The work was performed as part of the state assignment of Vernadsky Institute of Geochemistry and Analytical Chemistry.*

УДК 621.865

## Оптимизация расчетов кинематики параллельных манипуляторов с учетом задаваемых параметров

Солодкая Елена Викторовна

Хужин Артур Маратович

Шилкин Даниил Алексеевич

khuzhin06@mail.ru

danishilkin132@gmail.com

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Проведено исследование влияния люфта моторов на поведение платформы дельта манипулятора с учетом его кинематики. Также представлено приложение, написанное на языке C++, для расчета рабочей области дельта манипулятора, исходя из длин звеньев, а также расчет люфта конечного звена по люфту мотора. С целью оценки зависимости длин звеньев и рабочей области, а также между погрешностью моторов и люфтом конечной платформы.

**Ключевые слова:** параллельный манипулятор, уравнение движения точки, оптимизация расчетов, люфт моторов, автоматизация производства

## Optimization of parallel manipulator kinematic calculations taking into account specified parameters

Solodkaya Elena Viktorovna

Khuzhin Artur Maratovich

Shilkin Daniil Alekseevich

khuzhin06@mail.ru

danishilkin132@gmail.com

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** The influence of motor backlash on the performance of a delta manipulator platform is studied, taking into account its kinematics. A C++ application for calculating the delta manipulator's working area based on link lengths is also presented, as well as calculating the end link backlash based on motor backlash. The aim is to evaluate the relationship between link lengths and the working area, as well as between motor error and end platform backlash.

**Keywords:** parallel manipulator, equation of point motion, calculation optimization, motor backlash, industrial automation

УДК 531.38

## Расчет траектории полета несимметричного тела

Солодкая Елена Викторовна

solodkaya@bmstu.ru

Хорошев Егор Владимирович

Макеев Дмитрий Владимирович

*МГТУ им Н. Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Представлены дифференциальные уравнения полёта несимметричного тела и их решения в зависимости от его начальной скорости и угла. Вычислены моменты инерции относительно требуемых осей путём суммирования моментов инерции конечных простых частей тела и приведения их к заданным осям.

**Ключевые слова:** твердое тело, тензор инерции, уравнения движения

## Calculating the flight trajectory of an asymmetric body

Solodkaya Elena Viktorovna

solodkaya@bmstu.ru

Khoroshev Egor Vladimirovich

Makeev Dmitry Vladimirovich

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** The paper presents the differential equations for the flight of an asymmetric body and their solutions depending on its initial velocity and angle. The moments of inertia about the required axes are calculated by summing the moments of inertia of the finite simple parts of the body and reducing them to the specified axes.

**Keywords:** rigid body, inertia tensor, equations of motion

УДК 531.38

## Математическое моделирование полета гимнастического снаряда как твердого тела

Солодкая Елена Викторовна

solodkaya@bmstu.ru

Коринец Михаил Дмитриевич

*МГТУ им Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Рассматривается задача моделирования полета гимнастического снаряда (мяча, обруча) как твердого тела. Составлена система дифференциальных уравнений, учитывающая начальную скорость, начальную высоту, угол броска, вращение и сопротивление воздуха. Численное решение системы позволяет точно прогнозировать траекторию и конечное положение снаряда.

**Ключевые слова:** твердое тело, траектория движения

## Mathematical modeling of the flight of a gymnastics apparatus as a rigid body

Solodkaya Elena Viktorovna

solodkaya@bmstu.ru

Korinets Mikhail Dmitrievich

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** This paper considers the problem of modeling the flight of a gymnastics apparatus (ball, hoop) as a rigid body. A system of differential equations is developed that takes into account the initial velocity, initial height, throw angle, rotation, and air resistance. Numerical solution of the system allows for accurate prediction of the trajectory and final position of the apparatus.

**Keywords:** rigid body, trajectory

УДК 531

## Создание искусственной гравитации при длительных межпланетных перелетах

Солодкая Елена Викторовна

solodkaya@bmstu.ru

Яценко Вадим

*МГТУ им Н. Э. Баумана, Москва, Россия*

**Аннотация.** Проведен анализ способов компенсации негативного влияния невесомости на организм человека в условиях длительных космических полетов. В качестве решения рассматриваются различные компоновочные схемы пилотируемых космических аппаратов, генерирующих искусственную силу тяжести. Принцип их действия основан на создании силы инерции переносного движения, возникающей при вращении корабля или его специализированного модуля вокруг собственной центральной оси.

**Ключевые слова:** невесомость, искусственная гравитация

## Creating Artificial Gravity for Long - Term Interplanetary Flights

Solodkaya Elena Viktorovna

solodkaya@bmstu.ru

Yatsenko Vadim

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Abstract.** This paper analyzes methods for compensating for the negative effects of weightlessness on the human body during long-term spaceflight. Various configurations of manned spacecraft generating artificial gravity are considered as a solution. Their operating principle is based on the creation of an inertial force of translational motion generated by the rotation of the spacecraft or its specialized module around its own central axis.

**Keywords:** weightlessness, artificial gravity

УДК 533.6

## Моделирование обтекания тел потоком газа в ударной трубе

Левин Владимир Алексеевич<sup>1,2</sup>

Афони娜 Наталья Евгеньевна<sup>1</sup>

Нго Куанг Туен<sup>1</sup>

Хмелевский Александр Николаевич<sup>1(\*)</sup>

khmelevsky@imec.msu.ru

<sup>1</sup> НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

<sup>2</sup> Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, Владивосток, Россия

**Аннотация.** Представлены результаты экспериментального моделирования обтекания сферы с иглой потоком газа в ударной трубе квадратного сечения. Исследован процесс нестационарной начальной фазы формирования отрывного течения на теле. Представлены экспериментальные данные по зависящим от времени величинам параметров отрывной зоны в потоке, формирующейся на игле.

**Ключевые слова:** моделирование, тело с иглой, ударная труба

*Исследование выполнено в рамках государственного задания  
МГУ имени М.В. Ломоносова.*

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Рахматуллин Х.А., Семенов С.С. *Ударные трубы: сб. ст.* Москва, Изд-во иностранной литературы, 1962, 699 с.

## Modelling of a bodies flow by a stream of gas in a shock tube

Levin Vladimir Alekseevich<sup>1,2</sup>

Afonina Natalia Evgenievna<sup>1</sup>

Ngo Quang Tuyen<sup>1</sup>

Khmelevsky Alexander Nikolaevich<sup>1(\*)</sup>

khmelevsky@imec.msu.ru

<sup>1</sup> Institute of Mechanics of the Lomonosov MSU, Moscow, Russia

<sup>2</sup> Institute for Automatics and Control Processes FEB RAS, Vladivostok, Russia

**Abstract.** Results of experimental modeling flow of a sphere with a spike by a stream of gas in a shock tube of square section are presented. Process of a non-stationary initial phase of separated flow formation on a body are investigated. Experimental data on time-dependent of separated flow zones parameters in a stream, formed on a spike are presented.

**Keywords:** modeling, body with a spike, shock tube

*The study was conducted under the state assignment  
of Lomonosov Moscow State University.*

# Содержание

|                                                                                                                                                                                                                                                     |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Организаторы конференции</b> .....                                                                                                                                                                                                               | 4  |
| <b>Организационный комитет</b> .....                                                                                                                                                                                                                | 4  |
| <b>Программный комитет</b> .....                                                                                                                                                                                                                    | 5  |
| <b>Пленарные доклады</b> .....                                                                                                                                                                                                                      | 7  |
| <i>Игнатов А.И.</i> Реализация длительных режимов углового движения космического аппарата с низким уровнем квазистатических микроускорений .....                                                                                                    | 9  |
| <i>Голубев Ю.Ф., Корянов В.В., Мелкумова Е.В.</i> Применение метода оптимального раскачивания к выведению инсектоморфного робота из положения «навзничь» .....                                                                                      | 12 |
| <b>Секционные доклады</b> .....                                                                                                                                                                                                                     | 15 |
| <i>Одинцов Л.Д., Игнатов А.И., Дьяченко М.И.</i> Анализ движения колебательных систем с двумя и четырьмя степенями свободы .....                                                                                                                    | 17 |
| <i>Наконечный Е.И., Хохлов А.В., Галышев С.Н., Атанов Б.И., Орлов В.И.</i> Автоматизированный анализ распределения диаметров и неравномерности расположения волокон в композитах с непрерывным армированием по СЭМ-снимкам поперечных сечений ..... | 18 |
| <i>Саяпин С.Н.</i> Адаптивный робот параллельной структуры для эксплуатации в межтрубном пространстве .....                                                                                                                                         | 20 |
| <i>Рябов Н.В., Скворцов П.А.</i> Анализ влияния геометрических характеристик тензочувствительных элементов на выходной сигнал датчика давления с упругой мембраной .....                                                                            | 23 |
| <i>Кутузов И.В.</i> Анализ математической модели теплопроводности с пространственной и временной нелокальностью при импульсном нагреве .....                                                                                                        | 24 |
| <i>Маслов Д.А.</i> Аналитические по малому параметру решения слабо нелинейной спектральной задачи для продольно сжатого стержня .....                                                                                                               | 26 |
| <i>Буданов В.М.</i> Аналитическое построение периодических решений нелинейных систем .....                                                                                                                                                          | 28 |
| <i>Канатников А.Н.</i> Бифуркации в трехмерной системе Ланфорда .....                                                                                                                                                                               | 29 |
| <i>Колганова А.О.</i> Быстрые алгоритмы и особенности их реализации на CPU и GPU в вихревых методах моделирования плоских течений .....                                                                                                             | 30 |
| <i>Ветчинкин Д.Н., Мелкумова Е.В., Поляхова Е.Н., Шкапов П.М.</i> Вклад профессора Т.М. Мелкумова в редактирование и публикацию работ В.П. Ветчинкина и Ф.А. Цандера в серии «Пионеры ракетной техники» .....                                       | 31 |
| <i>Чиненова В.Н.</i> В.В. Голубев — ученый, организатор, педагог .....                                                                                                                                                                              | 32 |
| <i>Завойчинская Э.Б., Лавриков Г.Е.</i> Вероятностное многомасштабное моделирование долговечности материалов при многоцикловом нерегулярном нагружении .....                                                                                        | 33 |
| <i>Казаков К.Е.</i> Взаимодействие трубы, помещенной в оправку, и вставки с учетом сложных поверхностных свойств тел .....                                                                                                                          | 35 |

|                                                                                                                                                                                                                                |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <i>Здитовец А.Г., Киселёв Н.А., Виноградов Ю.А.</i> Влияние интенсивности начальной закрутки на расширение потока влажного воздуха в сверхзвуковом сопле при наличии спонтанной конденсации .....                              | 36 |
| <i>Борисов С.В., Гришакин В.Т.</i> Влияние формы лопатки вращающегося диска на динамику движущейся по нему материальной точки .....                                                                                            | 38 |
| <i>Киселева А.И., Барбашов Н.Н.</i> Внесение поправок в станки с ЧПУ с целью повышения точности изготовления .....                                                                                                             | 39 |
| <i>Булатов В.В.</i> Волновые возмущения от локализованных источников на границе ледяного покрова и морской среды: точные решения, асимптотики дальних полей .....                                                              | 41 |
| <i>Шкапов П.М., Сулимов В.Д., Сулимов А.В.</i> Восстановление параметров неустойчивых по Якоби нелинейных динамических систем .....                                                                                            | 43 |
| <i>Гвоздев П.А., Гордеева Н.М.</i> Вычисление интегралов Коши в задачах механики .....                                                                                                                                         | 46 |
| <i>Дмитренко А.В., Белов Д.А., Зинченко Д.В., Зуброва Д.И., Пенюшкин Н.О., Конюхов А.В., Челмакин А.В.</i> Гидравлические характеристики зеотропных теплоносителей при течении в трубах на основе стохастических уравнений ... | 47 |
| <i>Орлянская Т.И.</i> Движение материальной точки относительно двух систем отсчета .....                                                                                                                                       | 49 |
| <i>Бертяев В.Д.</i> Движение однородной круглой пластины по горизонтальной шероховатой прямой .....                                                                                                                            | 51 |
| <i>Бойко А.В., Прокофьев В.В., Архангельский Е.А., Якимов А.Ю.</i> Движение по волнам частично погруженной в жидкость пластины. Эксперименты на модели судна катамарана, численный расчет .....                                | 53 |
| <i>Голуб А.П., Локишин Б.Я., Селюцкий Ю.Д.</i> Динамика аэродинамического маятника, содержащего полость с жидкостью .....                                                                                                      | 55 |
| <i>Данилов В.А.</i> Динамика и управление ногой четырехногого шагающего робота .....                                                                                                                                           | 56 |
| <i>Барышников Ю.Н.</i> Динамика качения колеса с присоединенной массой .....                                                                                                                                                   | 58 |
| <i>Очиров А.А.</i> Дисперсия поверхностных волн и лигаментов в гетерогенных вязких жидкостях .....                                                                                                                             | 59 |
| <i>Мисюра Н.Е., Митюшов Е.А.</i> Забытые имена: трагические судьбы творцов классической механики .....                                                                                                                         | 60 |
| <i>Орёл Н.А.</i> Задача оптимального торможения центра масс спускаемого летательного аппарата в сопротивляющейся среде .....                                                                                                   | 62 |
| <i>Арцибасов А.В., Решмин С.А.</i> Закон линейного тангенса для учета фазовых ограничений .....                                                                                                                                | 64 |
| <i>Гулин В.В., Хохлов А.В.</i> Идентификация параметров структурно-реологической модели тиксотропных сред по кривым течения и вязкости .....                                                                                   | 65 |
| <i>Жидков Г.Н., Горкунов В.Н.</i> Из истории академии .....                                                                                                                                                                    | 67 |
| <i>Дуйшеналиев Т.Б.</i> Интегральный критерий для верификации обобщенного закона Гука в задачах осесимметричного нагружения .....                                                                                              | 69 |
| <i>Романовская Е.М., Берестова С.А., Рощева Т.А., Савина Е.А.</i> Интеграция проектного обучения в преподавание фундаментальных наук .....                                                                                     | 70 |
| <i>Тюрин Р.Р.</i> Использование компьютерного зрения в задаче навигации летательного аппарата-робота на международной космической станции .....                                                                                | 72 |

|                                                                                                                                                                                                          |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <i>Веретимус Д.К., Веретимус Н.К.</i> Использование механико-гидравлической модели при изучении теоремы Гаусса в электромагнетизме .....                                                                 | 73 |
| <i>Берестова С.А., Фоминых А.И., Романовская А.Д.</i> Использование реальных архитектурных объектов для кейсовых заданий по теоретической механике у студентов строительных специальностей .....         | 74 |
| <i>Лукин К.Б.</i> Исследование бегущей продольной волны в упругой среде по ее фазовым характеристикам .....                                                                                              | 75 |
| <i>Беличенко Д.А.</i> Исследование колебаний при кантовании колонного аппарата с помощью самомонтирующегося крана .....                                                                                  | 76 |
| <i>Обносков К.Б., Шевченко А.О.</i> Исследование некоторых классов движения механических систем с двумя степенями свободы .....                                                                          | 78 |
| <i>Попович С.С., Здитовец А.Г., Киселев Н.А., Виноградов Ю.А.</i> Исследование параметров газодинамики и теплообмена в области отрывного течения сжимаемого газа .....                                   | 80 |
| <i>Веремейчик А.И., Парфиевич А.Н., Савчук С.В., Мартынов А.В., Шейко А.А.</i> Исследование температурного поля и напряженно-деформированного состояния в зоне нагрева при лазерной закалке сталей ..... | 82 |
| <i>Тагирова Р.Р.</i> Исследование формирования областей высокой плотности в межзвездной среде .....                                                                                                      | 83 |
| <i>Обносков К.Б., Панишина А.В., Бондаренко Н.И.</i> История развития ориентации и навигации от древнейших времен до начального периода эпохи Возрождения в Средние века .....                           | 85 |
| <i>Азизов Э.Ю., Приходько А.А.</i> Кинематика лабораторного встряхивателя на базе планетарного механизма с некруглыми зубчатыми колесами .....                                                           | 86 |
| <i>Чжан Юе, Темнов А.Н.</i> Колебания вязкой несжимаемой стратифицированной жидкости в неподвижном сосуде .....                                                                                          | 87 |
| <i>Дьяченко М.И., Темнов А.Н.</i> Колебания физического маятника, имеющего цилиндрические полости с перетекающей жидкостью .....                                                                         | 89 |
| <i>Широбокова А.С., Сидняев Н.И.</i> Математическая морфология в области обработки изображений .....                                                                                                     | 90 |
| <i>Окунев В.С.</i> Математическое моделирование аварийных режимов, приводящих к накоплению водорода в реакторах БРЕСТ .....                                                                              | 91 |
| <i>Креопалов Д.В.</i> Маятник Капицы как механический аналог квантового эффекта Зенона .....                                                                                                             | 92 |
| <i>Киселева Е.К., Урянский И.А., Борzych С.В., Богомолов Н.В.</i> Метод моделирования динамики процесса раскрытия крупногабаритных трансформируемых космических конструкций .....                        | 93 |
| <i>Обносков К.Б., Панишина А.В., Бондаренко Н.И.</i> Методика проведения курсовой работы в МГТУ им. Н.Э. Баумана .....                                                                                   | 94 |
| <i>Манчев Э.И., Куменко А.И.</i> Методический подход к решению прикладных задач роторной динамики .....                                                                                                  | 96 |
| <i>Веретимус Д.К., Веретимус Н.К.</i> Механико-гидравлические аналогии при изучении теоремы о циркуляции в электростатике и магнитостатике .....                                                         | 97 |
| <i>Веретимус Д.К., Веретимус Н.К.</i> Механико-гидравлические ассоциации при изучении явления электромагнитной индукции .....                                                                            | 98 |

|                                                                                                                                                                                                                                |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <i>Милич Ж.И.</i> Уравнение между резонансами среднего движения трех тел и дрейфами ярковского при эксцентриситетах в диапазоне (0,2; 0,3) .....                                                                               | 99  |
| <i>Мисюра Н.Е., Митюшов Е.А.</i> Геометрический алгоритм управления для встречи в пространстве ориентаций SO(3) .....                                                                                                          | 100 |
| <i>Зотов Л.В., Сидоренков Н.С.</i> Могут ли данные GRACE и GFO объяснить аномалии во вращении Земли последних десятилетий .....                                                                                                | 102 |
| <i>Лобанов М.В., Беличенко М.В.</i> Моделирование 3D-динамики сбрасываемой транспортной капсулы .....                                                                                                                          | 104 |
| <i>Бутырин И.А., Беличенко М.В.</i> Моделирование динамики беспилотного плавающего аппарата .....                                                                                                                              | 105 |
| <i>Вин Ко Ко, Темнов А.Н., Ануфриенко В.Ю.</i> Моделирование механического аналога (сферического маятника) немалых движений двухслойной жидкости .....                                                                         | 106 |
| <i>Боровкова Т.В., Мурашов М.В., Григорьев А.Р., Паротькина М.А.</i> Моделирование процесса индентирования для создания базы механических свойств материалов .....                                                             | 108 |
| <i>Веремейчик А.И.</i> Моделирование процесса пробивки отверстия в листовом металле .....                                                                                                                                      | 109 |
| <i>Ершов Г.А., Кочкина Л.В., Филатов В.В.</i> Моделирование распространения температурного поля в одномерной квазипериодической градиентной среде .....                                                                        | 110 |
| <i>Мухарлямов Р.Г., Абдулай К.</i> Моделирование решения задачи управления динамикой системы твердых тел .....                                                                                                                 | 111 |
| <i>Макиева Э.И.</i> Моделирование сближения элементов промежуточного слоя в поле контактных напряжений .....                                                                                                                   | 113 |
| <i>Сергеев М.Н.</i> Модификация закона трения в коллоидной среде .....                                                                                                                                                         | 114 |
| <i>Леявин С.Н.</i> Новые периодические решения в треугольной точке либрации ограниченной задачи трех тел .....                                                                                                                 | 115 |
| <i>Купреев С.А., Ручинский В.С.</i> Учебно-исследовательская работа студентов по теоретической и прикладной механике «Прогнозирование возможных типов траекторий относительного движения связанных космических объектов» ..... | 116 |
| <i>Перельмутер М.Н.</i> Нелокальный критерий роста трещин с концевой областью ...                                                                                                                                              | 117 |
| <i>Скобелева Я.В., Сидняев Н.И.</i> О безопасности применения ИИ при принятии решений .....                                                                                                                                    | 118 |
| <i>Кошелев А.А., Кугушев Е.И., Шахова Т.В.</i> О движении малоинерционного шара между соосно вращающимися цилиндрами с вязким трением .....                                                                                    | 119 |
| <i>Кручинин П.А., Алексеева Н.В.</i> О максимизации области управляемости двузвенного перевернутого маятника на качелях seesaw при согласовании управлений в шарнирах .....                                                    | 122 |
| <i>Павлов И.В.</i> О некоторых минимальных характеристиках в классической задаче N тел .....                                                                                                                                   | 123 |
| <i>Кузнецов Ю.В.</i> О прикладных задачах в первых российских учебниках механики .....                                                                                                                                         | 124 |
| <i>Брюквин А.В., Брюквина О.Ю.</i> О силах натяжения при колебаниях гибкой упругой нити .....                                                                                                                                  | 125 |

|                                                                                                                                                                                                |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <i>Красинский А.Я., Аитов В.Г.</i> О стабилизации заданной конфигурации робота<br>Дельта при неполной информации .....                                                                         | 126 |
| <i>Калиниченко В.А.</i> О траекториях частиц свободной поверхности жидкости<br>в стоячих нелинейных волнах .....                                                                               | 128 |
| <i>Красинский А.Я., Аитов В.Г.</i> Об одном методе реализации экстремальных<br>траекторий параллельных манипуляторов .....                                                                     | 129 |
| <i>Исмаилов А.Р.</i> Об одном редуцированном уравнении плоского движения гантели<br>на многообразии «гравитационный пропеллер» в обобщенной эллиптической<br>задаче Ситникова .....            | 131 |
| <i>Беличенко М.В.</i> Об орбитальной устойчивости маятниковых движений<br>несимметричного твердого тела с вибрирующим подвесом .....                                                           | 132 |
| <i>Компаниец И.В.</i> Об успешном опыте изложения темы «Способ Верещагина<br>вычисления интеграла Мора». Часть I .....                                                                         | 133 |
| <i>Шишанин А.О.</i> Обобщения шварциана для старших производных .....                                                                                                                          | 134 |
| <i>Каспирович И.Е.</i> Обобщенные условия Гельмгольца и устойчивость численного<br>решения в обратной задаче динамики .....                                                                    | 135 |
| <i>Гаязов С.Р.</i> Обучаемый выбор операторов в адаптивном крупно-окрестностном<br>поиске (ALNS): стратегия обучения с подкреплением для задачи<br>коммивояжера .....                          | 136 |
| <i>Дмитренко А.В., Белов Д.А.</i> Определение потерь в энергетических комплексах<br>с теплообменными аппаратами глубокого профилирования .....                                                 | 138 |
| <i>Васенин С.А., Решмин С.А.</i> Оптимизация динамики полноприводной колесной<br>системы при скоростном маневре .....                                                                          | 140 |
| <i>Байков А.Е.</i> Орбитальная устойчивость стационарных движений мира-кольца<br>в обобщенной задаче двух тел: линейный анализ .....                                                           | 141 |
| <i>Сафонова Н.К., Щербов Р.М.</i> Особенности программного обеспечения<br>манипулятора RUKA в задаче о стабилизации неустойчивой системы — шар<br>на платформе .....                           | 142 |
| <i>Обрадович А.М., Черкасов О.Ю., Селюцкий Ю.Д.</i> Особые управления первого<br>порядка для задачи минимизации времени двухзвенного манипулятора .....                                        | 144 |
| <i>Голубев А.Е.</i> Оценка максимальных по модулю значений переменных состояния<br>нелинейных динамических систем с управлением .....                                                          | 146 |
| <i>Заболотский А.С., Капустин Е.А.</i> Оценка эквивалентной нагрузки приходящей<br>на элементы конструкции, закрепленные на силовой раме, при ударном<br>нагружении .....                      | 149 |
| <i>Сунчалина А.Л.</i> Параметрические модели в форсированных испытаниях .....                                                                                                                  | 150 |
| <i>Петров М.М.</i> Параметрические переходы в бистабильной модели нейрона .....                                                                                                                | 151 |
| <i>Грибова О.В.</i> Первая частота собственных колебаний пространственного<br>покрытия .....                                                                                                   | 152 |
| <i>Бычков Р.С., Борзых С.В., Бакулин В.Н.</i> Подход к моделированию процесса<br>посадки лунного взлетно-посадочного комплекса с трансформируемым<br>механическим посадочным устройством ..... | 154 |
| <i>Берестова С.А., Просвираев Е.Ю.</i> Поле температур при сдвиговом течении<br>вязкой жидкости между двумя плоскостями .....                                                                  | 157 |

|                                                                                                                                                                                                                                |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <i>Полянина А.С.</i> Построение инвариантного множества и синтез системы управления с обратной связью по состоянию .....                                                                                                       | 159 |
| <i>Олехвер А.И., Шувалов Д.М., Ремшев Е.Ю., Расулов З.Н.</i> Построение математических моделей деформированного состояния материала на операции вытяжка с утонением стенки с учетом градиентного характера распределения ..... | 161 |
| <i>Иванычев Д.А., Балыкин Д.И., Ездакова Д.В.</i> Построение упругого состояния анизотропного тела в условиях стационарно-динамической задачи .....                                                                            | 162 |
| <i>Хорошева А.А., Черноусько Ф.Л.</i> Поступательные движения тела с подвижной внутренней массой .....                                                                                                                         | 164 |
| <i>Мухарлямов Р.Г., Борисов А.В., Каспирович И.Е., Маслова К.С.</i> Применение кватернионов для создания скоростных методов составления дифференциальных уравнений для систем твердых тел с переменной длиной звеньев .....    | 167 |
| <i>Афонина Е.В.</i> Применение метода конечных элементов для определения гидродинамических параметров колебаний жидкости в торовых топливных баках разгонных блоков с радиальными перегородками .....                          | 169 |
| <i>Голубев Ю.Ф., Корянов В.В., Мелкумова Е.В.</i> Применение метода оптимального раскачивания инсектоморфного робота .....                                                                                                     | 171 |
| <i>Саяпин С.Н.</i> Принцип построения интеллектуального самоперемещающегося адаптивного протеза верхней конечности на основе параллельного робота «Октаэдральный додекапод» .....                                              | 172 |
| <i>Шекенов М.Ж., Егоров К.С.</i> Разработка виртуальной модели сопла аэродинамической установки .....                                                                                                                          | 173 |
| <i>Карабанов Г.С., Крахмалёв Н.О.</i> Решение обратной задачи кинематики манипуляционной системы робота с использованием генетического алгоритма .....                                                                         | 174 |
| <i>Климина Л.А.</i> Робот с внутренним маховиком и пассивным хвостом .....                                                                                                                                                     | 176 |
| <i>Краснобаев К.В., Котова Г.Ю.</i> Сверхзвуковой вход маломассивного диффузного облака в атмосферу .....                                                                                                                      | 177 |
| <i>Очеретяный С.А., Топейцев Г.В., Прокофьев В.В.</i> Связь высокочастотных автоколебаний в генераторе импульсных струй с Релей — Тейлоровской неустойчивостью границы каверны .....                                           | 178 |
| <i>Новицкий А.В., Приходько А.А.</i> Силовой анализ зубчато-рычажного механизма компрессора с некруглыми зубчатыми колесами .....                                                                                              | 180 |
| <i>Горбачевская А.П., Игнатов А.И.</i> Синтез закона управления угловым движением космического аппарата с использованием функции Ляпунова .....                                                                                | 181 |
| <i>Берестова С.А.</i> Ситуационные задания в рамках фундаментальных дисциплин при подготовке инженеров .....                                                                                                                   | 182 |
| <i>Китаева Д.А., Афонская Д.А., Яковлева Е.Л.</i> Становление и перспективы студенческих олимпиад по техническим дисциплинам: на примере теоретической механики и сопротивления материалов .....                               | 184 |
| <i>Каданцев Д.О., Карпачев А.Ю.</i> Стержневая модель с переменными параметрами в расчетах динамики удлинителей расточных оправок .....                                                                                        | 186 |

|                                                                                                                                                                                          |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Зубин М.А., Максимов Ф.А. Структура течения около полуконуса на пластине при обтекании сверхзвуковым потоком .....                                                                       | 188 |
| Кумакиев С.А. Течения жидкости в диффузоре с большим углом раствора .....                                                                                                                | 190 |
| Якубович Д.Ю., Беличенко М.В. Управление ориентацией твердого тела с помощью четырехосного карданного подвеса .....                                                                      | 192 |
| Хорошева А.А., Голубев А.Е. Управление пространственным движением квадрокоптера на базе оценки вектора состояния .....                                                                   | 193 |
| Феоктистов С.И., Андрианов И.К. Упругопластическое напряженное состояние толстостенной сферы, одновременно нагруженной внешним и внутренним давлением .....                              | 196 |
| Крищенко А.П. Устойчивость и положительно инвариантные множества .....                                                                                                                   | 198 |
| Самсонов В.А., Локишин Б.Я., Окунев Ю.М., Привалова О.Г. Устойчивость плоскопараллельного движения лыжника при прыжке с трамплина .....                                                  | 199 |
| Андреев А.И., Семенов А.Е., Славин Б.М. Уточнение модели трения в системах с сильным инерционным возмущением .....                                                                       | 200 |
| Овсянников В.М. Учет деформаций сдвига в уравнении неразрывности теории упругости .....                                                                                                  | 202 |
| Роганова Т.И., Жидкова М.В., Матвеева Е.В. Учимся учиться .....                                                                                                                          | 204 |
| Скобелева Я.В., Сидняев Н.И. Цифровая революция в образовательных процессах .....                                                                                                        | 206 |
| Храпов С.Е. Цифровой стенд гидродинамических испытаний модельных и натурных баков изделий ракетно-космической техники .....                                                              | 207 |
| Волков А.А. Численная визуализация модели сферической платформы для стабилизации системы технического зрения мобильного робота .....                                                     | 208 |
| Савин А.С., Конев К.М. Численное исследование отклика ледяного покрова на точечные воздействия в жидкости конечной глубины .....                                                         | 209 |
| Котов А.А., Чередниченко А.В. Численное моделирование массотеплопереноса в воздушном зазоре между пластинами методом ICFD .....                                                          | 210 |
| Слободянюк Д.М., Афонин С.И., Кирдяев Н.И. Численное моделирование обтекания возвращаемого космического аппарата с трансформируемым крылом на режимах посадки .....                      | 212 |
| Журин С.В. Численное моделирование пространственного распределения сферических элементов сыпучего вещества .....                                                                         | 214 |
| Чашечкин Ю.Д. Эволюция картины течения в различных режимах слияния падающей капли с покоящейся принимающей жидкостью .....                                                               | 215 |
| Загайнов И.А., Попович С.С. Экспериментальное исследование поля скорости осесимметричной дозвуковой воздушной струи .....                                                                | 217 |
| Киселёв Н.А., Маластовский Н.С., Здитовец А.Г., Виноградов Ю.А. Экспериментальное исследование эффекта Эккерта — Вайзе для одиночного и множественных цилиндров .....                    | 218 |
| Зубин М.А., Зубков А.Ф., Чулюнин А.Ю. Экспериментальные и численные исследования структуры течения в цилиндрических кавернах при их дозвуковом обтекании на стенке плоского канала ..... | 219 |

|                                                                                                                                                                               |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <i>Кулагина М.А., Сурина М.А., Чебакова С.А., Шумилкина Ю.Р., Филатов В.В.</i>                                                                                                |     |
| Исследование обращения волнового фронта в фотонном кристалле .....                                                                                                            | 220 |
| <i>Симоненко М.М., Зубков А.Ф., Шишаева А.С.</i> Пассивное и активное<br>управление потоком в сверхзвуковой кольцевой каверне .....                                           | 222 |
| <i>Юй Чжаокай, Ху Шуйи.</i> Идентификация аэродинамических параметров<br>интеллектуального трансформируемого летательного аппарата на основе<br>фильтра Калмана .....         | 223 |
| <i>Богданов А.Н.</i> Асимптотические модели в течениях газожидкостных сред .....                                                                                              | 224 |
| <i>Иванов Г.А.</i> Использование уточненной модели аэродинамического момента<br>при исследовании малых высот движения космического аппарата .....                             | 226 |
| <i>Иванов Г.А.</i> Выбор значений коэффициентов для упрощенной модели динамики<br>упругой солнечной панели на основе конечно-элементного анализа .....                        | 227 |
| <i>ЧантракД., Янкович Н.</i> Карты инвариантов анизотропии — применение<br>к данным PIV .....                                                                                 | 228 |
| <i>Ивашкин В.В., Иванюхин А.В.</i> Анализ структуры многооборотных решений<br>задачи Эйлера — Ламберта на основе метода Охоцимского — Егорова .....                           | 230 |
| <i>Кузьмина К.А., Филатов В.В.</i> Моделирование спектральных особенностей<br>одномерного градиентного фотонного квазикристалла .....                                         | 232 |
| <i>Гавриловец Д.А., Гавриловец В.А., Филатов В.В.</i> Комбинационное рассеяние<br>света на осцилляторах сверхструктуры фотонного кристалла .....                              | 233 |
| <i>Серебровская Е.А., Марчевский И.К.</i> Моделирование обтекания колеблющегося<br>профиля методом вязких вихревых доменов .....                                              | 235 |
| <i>Заграничная Е.В., Марчевский И.К.</i> Реализация прототипа быстрого алгоритма<br>поиска соседей в алгоритмах моделирования методами частиц .....                           | 236 |
| <i>Сорокавакин А.В.</i> Построение диаграмм расположения корней уравнения<br>четвертого порядка .....                                                                         | 238 |
| <i>Терешина К.В., Борzych С.В.</i> Оценка упругих эффектов при отделении<br>створок обтекателя .....                                                                          | 241 |
| <i>Марков Б.А., Марков М.Б.</i> Опыт расчета и проектирования стенда<br>для пневматических испытаний фасонных частей трубопроводов .....                                      | 243 |
| <i>Минаева Н.В., Коротков М.М.</i> Предельное состояние упругой полосы<br>при комбинированном нагружении .....                                                                | 245 |
| <i>Адыгезалов Н.</i> Возможные сценарии происхождения коорбитальных объектов<br>Земли .....                                                                                   | 247 |
| <i>Бобылев А.А.</i> Численное моделирование одностороннего дискретного контакта<br>для несжимаемой упругой полосы .....                                                       | 249 |
| <i>Морозов В.М., Каленова В.И., Тихонов А.А.</i> О стабилизации установившихся<br>движений спутника-гиростата в гравитационном и магнитном полях<br>Земли .....               | 250 |
| <i>Проценко А.А., Шкапов П.М.</i> Анализ зависимости частот кавитационных<br>автоколебаний от подачи и кавитационного запаса центробежного насоса<br>с боковым подводом ..... | 252 |
| <i>Новиков Е.Р., Ермолов А.В., Маурин Н.Н., Крутилов Д.А.</i> Динамическая модель<br>коробки передач .....                                                                    | 254 |

---

|                                                                                                                                                                   |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <i>Капранова А.Б., Бахаева Д.Д.</i> Анализ энергетических характеристик процесса смешения дисперсных компонентов шихты .....                                      | 255 |
| <i>Бойко С.В.</i> Моделирование деформации тонких многослойных пластин в рамках микрополярной теории упругости на основе метода асимптотического осреднения ..... | 256 |
| <i>Пью Ко Ко, Байдулов В.Г.</i> Собственные формы поперечных колебаний стержней переменного сечения с периодической системой дефектов .....                       | 257 |
| <i>Кронрод Е.В., Кронрод В.А., Кусков О.Л.</i> Моделирование пористости и теплопроводности лунной коры .....                                                      | 258 |
| <i>Солодкая Е.В., Хужин А.М., Шилкин Д.А.</i> Оптимизация расчетов кинематики параллельных манипуляторов с учетом задаваемых параметров .....                     | 259 |
| <i>Солодкая Е.В., Хорошев Е.В., Макеев Д.В.</i> Расчет траектории полета несимметричного тела .....                                                               | 260 |
| <i>Солодкая Е.В., Коринец М.Д.</i> Математическое моделирование полета гимнастического снаряда как твердого тела .....                                            | 261 |
| <i>Солодкая Е.В., Яценко В.</i> Создание искусственной гравитации при длительных межпланетных перелетах .....                                                     | 262 |
| <i>Левин В.А., Афонина Н.Е., Нго Куанг Туен, Хмелевский А.Н.</i> Моделирование обтекания тел потоком газа в ударной трубе .....                                   | 263 |

*Научное издание*

# Фундаментальные и прикладные задачи механики

Международная научная конференция

(Москва, 2–5 декабря 2025 года)

Сборник тезисов

## Fundamental and Applied Problems of Mechanics (FAPM-2025) International Scientific Conference

(Moscow, 2–5 December, 2025)

Abstracts Book

*Художник Э.Ш. Мурадова*

*Компьютерная верстка С.А. Серебряковой*

Оригинал-макет подготовлен  
в Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
В оформлении использованы шрифты  
Студии Артемия Лебедева.

Подписано в печать 26.06.2026. Формат 70×100/16.  
Усл. печ. л. 22,26. Тираж 50 экз.

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
105005, г. Москва, улица 2-я Бауманская, д. 5, стр. 1.  
[press@bmstu.ru](mailto:press@bmstu.ru)  
<https://press.bmstu.ru>

Отпечатано в типографии МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
105005, г. Москва, улица 2-я Бауманская, д. 5, стр. 1.