

Министерство высшего и среднего специального образования СССР

Московское
ордена Ленина и ордена Трудового Красного Знамени
высшее техническое училище имени Н. Э. Баумана

А. С. Газарян, Г. П. Ключева, Н. А. Сухова

**РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИЕ РАБОТЫ
ПО СОПРОТИВЛЕНИЮ МАТЕРИАЛОВ**

Методическая разработка

Растяжение-сжатие

Министерство высшего и среднего специального образования СССР

Московское ордена Ленина и ордена Трудового Красного Знамени
высшее техническое училище им. Н.Э.Баумана

А.С.Гавзрян, Г.П.Клѣва, Н.А.Сухова

Утверждена
редсоветом МВТУ

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИЕ РАБОТЫ
ПО СОПРОТИВЛЕНИЮ МАТЕРИАЛОВ

Методическая разработка

Растяжение-сжатие

Под редакцией З.М.Ковышко

Перед курсом "Сопротивление материалов" в цикле общинженерной подготовки студентов наряду с другими стоит также важнейшая задача обучить будущего инженера практическим методам расчета на прочность и привить ему навыки четкого оформления результатов счета.

Расчетно-графические домашние задания охватывают основные разделы курса и выполняются по форме, разработанной кафедрой К-5 МВТУ. Следуя рекомендациям кафедры, изложенным в настоящем пособии, студент приобретает навыки оформления результатов инженерных расчетов, необходимые ему впоследствии при составлении расчетно-пояснительных записок к курсовым и дипломным проектам.

Методика выполнения расчетно-графического домашнего задания

Приступая к выполнению задания, студент должен прежде всего изучить по конспектам лекций и учебнику теоретический материал соответствующего раздела курса, затем детально разобрать примеры и задачи, решенные на лекциях и семинарах. После этого он внимательно анализирует условие домашней задачи и намечает план ее решения. Вчерне производит исходные выкладки — строит вспомогательные, основные, эквивалентные и прочие системы, записывает необходимые для решения именно этой задачи формулы и уравнения (уравнения статического равновесия, уравнения перенесений или совместности деформаций). На этом этапе студенту следует проконсультироваться у преподавателя, чтобы исключить непроизводительные потери времени в ходе последующего расчета.

Расчеты рекомендуется вести в общем виде, производя промежуточные выкладки либо в обыкновенных дробях, либо в десятичных дробях, округляя с точностью, соответствующей точности счетной линейки со шкалой 25 см (относительная погрешность до 1%), и все дальнейшие вычисления вести с этой точностью, т.е. с тремя значащими цифрами. Этими же соображениями нужно руководствоваться при округлении окончательных числовых ре-

зультатов расчета (размеров, допускаемых нагрузок и т.п.).
I расчетах необходимо использовать рекомендуемую Государственным стандартом Международную систему единиц (СИ). Основные и производные единицы этой системы, используемые в расчетах на прочность, представлены в табл. 1. Перевод в техническую систему единиц выполняется в соответствии с табл. 2.

Как правило, в домашних заданиях студенту предлагается провести элементарные графические исследования полученных результатов путем построения эпюр, графиков наиболее характерных функций. При этом студент, используя знания и навыки, полученные в курсе математики, должен выбрать масштаб по координатным осям, а затем по необходимому числу точек четко построить график. При выборе масштаба следует стремиться к наибольшей наглядности результатов расчета и обеспечить возможность сопоставления этих результатов. По координатным осям необходимо проставлять обозначения соответствующего параметра и его размерность.

Любой расчет теряет смысл, если в ходе его допускаются ошибки в выкладках. Поэтому следует, с одной стороны, внимательно и ответственно выполнять все математические операции, включая элементарные, а с другой стороны, использовать возможность проверить результат счета. Пренебрежение "арифметикой" со стороны инженера недопустимо ни в малейшей степени.

Вычислительная техника, необходимая для расчетов по курсу "Сопротивление материалов", несложная - это счетные линейки, электронные калькуляторы различных типов, малая электронно-вычислительная техника.

Чистовое оформление выполненного задания производится без согласования с преподавателем в тех случаях, если студент уверен в правильности расчета.

Таблица 1

Основные единицы			
Величина	Наименование единиц	Обозначения	
Длина	метр	м	
Время	секунда	с	
Масса	килограмм	кг	
Производные единицы			
Величина	Наименование единиц	Обозначения	Размерность
Скорость	метр в секунду	м/с	м/с
Ускорение	метр на секунду в квадрате	м/с ²	м/с ²
Плотность	килограмм на куб. метр	кг/м ³	кг/м ³
Сила	ньютон	Н	кг·м/с ²
Напряжение, давление	паскаль	Па	Н/м ²
Работа, энергии	джоуль	Дж	Н·м
Мощность	ватт	Вт	кг·м ² /с ³
Момент силы	ньютон-метр	Н·м	Н·м

Таблица 2

Величина	Техническая система	СИ
Длина	1 см	10 ⁻² м
Площадь	1 см ²	10 ⁻⁴ м ²
Сила	1 кг	10 Н (9,81)
Напряжение, давление	1 кг/см ²	10 ⁵ Н/м ² (0,981·10 ⁵)
Работа, энергия	1 кг·см	0,1 Дж (0,0981)
Мощность	1 кг·см/с	0,1 Вт (0,0981)
Момент силы	1 кг·см	0,1 Н·м (0,0981)

Оформление расчетно-графического
домашнего задания

Задание оформляется в тетради в клетку (как правило, оказывается достаточной тетрадь в 12 листов). Сохраняя оложку, на первом (титульном) листе следует вычертить рамку и сделать справа внизу основную надпись (штамп) по указанному ниже образцу.



При оформлении задач, входящих в задание, используются только лицевые стороны всех последующих листов, т.е. правые страницы заполняются, а левые остаются чистыми.

Оформление задачи надо начинать с полного текста условия, включая все числовые данные, и чертежа заданной системы в выбранном масштабе. Никаких дополнительных построений, связанных с решением задачи, на этом чертеже быть не должно. Силовые факторы можно изображать не в масштабе.

Последующее оформление ведется в соответствии с планом решения конкретной задачи. Целесообразно все чертежи выполнять

карандашом невысокой твердости, а записи вести чернилами (пастой) или также карандашом, соблюдая четкость и аккуратность, не допуская помярок и исправлений.

В задаче, условие которой требует выполнения нескольких пунктов, следует при оформлении решения указывать порядковый номер и наименование пункта по условию.

Необходимо помнить, что построение эпюр следует вести, как правило, после определения реакций в опорах, переходя от заданной системы к вспомогательной. Надо избегать такого размещения материала, при котором часть эпюр оказывается на одной странице, а часть переносится на следующую, — это затрудняет в дальнейшем анализ построенных эпюр.

Все выкладки должны представлять собой стройную логическую цепочку и сопровождаться лаконичным пояснительным текстом (см. задачи).

При переходе от выражений, записанных в общем виде, к числовым результатам следует сначала полностью осуществить подстановку в Международной системе единиц (СИ) всех заданных параметров, не производя даже элементарных выкладок, а затем рациональным образом упростить полученное после подстановки выражение и вычислить искомое значение.

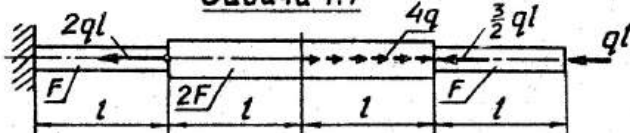
Если в задаче помимо построения эпюр предусмотрена также графическая интерпретация результатов (зависимости перемещений от сил и т.п.), то рекомендуется использовать миллиметровую бумагу форматом, не превышающим тетрадный лист.

При условии строгого соблюдения всех правил построения разрешается строить графики непосредственно в задании на листе в клетку.

В приведенных ниже примерах оформления расчетно-графических домашних заданий показано, как должны реализовываться в конкретных случаях высказанные здесь общие рекомендации.

1. Растяжение-сжатие в пределах упругости

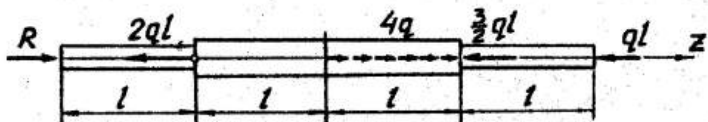
Задача 1.1



Для бруса, показанного на рисунке, построить эпюры нормальных сил N , нормальных напряжений σ и осевых перемещений w .

Решение

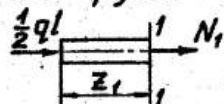
1. Определение реакции опоры



$$\sum P_z = 0, \quad R - 2ql + 4ql - \frac{3}{2}ql - ql = 0, \quad R = \frac{1}{2}ql.$$

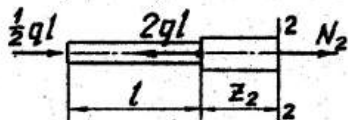
2. Определение нормальных сил

Уравнения равновесия для отсеченных частей бруса: $\sum P_z = 0$,



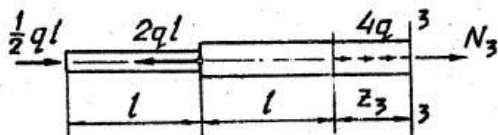
$$\frac{1}{2}ql + N_1 = 0,$$

$$N_1 = -\frac{1}{2}ql \text{ (сжатие);}$$



$$\frac{1}{2}ql - 2ql + N_2 = 0,$$

$$N_2 = \frac{3}{2}ql \text{ (растяжение);}$$

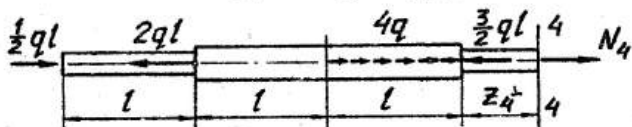


$$\frac{1}{2}ql - 2ql + 4qz_3 + N_3 = 0,$$

$$N_3 = \frac{3}{2}ql - 4qz_3 \quad (0 \leq z_3 \leq l),$$

$$z_3 = 0, \quad N_3 = \frac{3}{2}ql \text{ (растяжение),}$$

$$z_3 = l, \quad N_3 = -\frac{5}{2}ql \text{ (сжатие);}$$



$$\frac{1}{2}ql - 2ql + 4ql - \frac{3}{2}ql + N_4 = 0,$$

$$N_4 = -ql \text{ (сжатие).}$$

3. Определение напряжений

$$\sigma_i = \frac{N_i}{F_i}$$

$$\sigma_1 = -\frac{1}{2} \frac{ql}{F} \text{ (сжатие),}$$

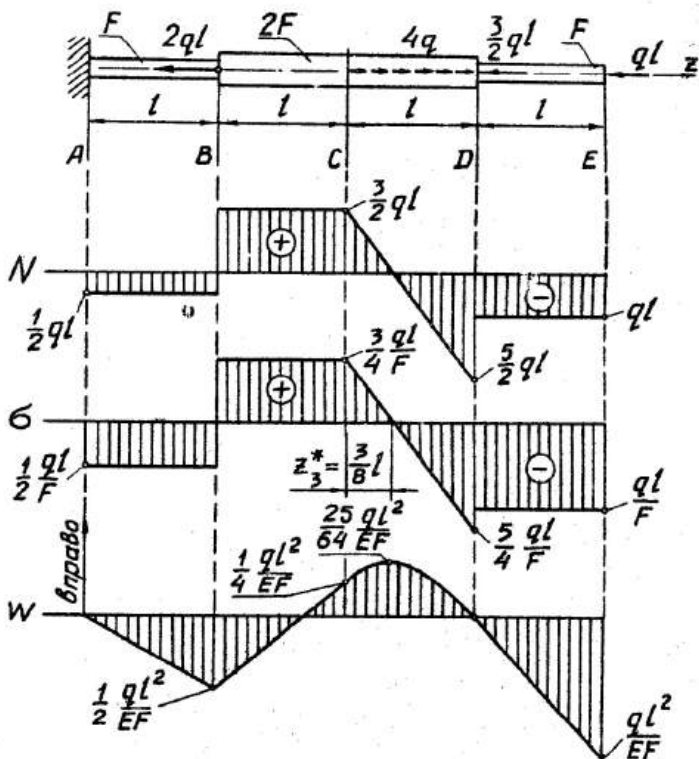
$$\sigma_2 = \frac{3}{4} \frac{ql}{F} \text{ (растяжение),}$$

$$\sigma_3 = \frac{3}{4} \frac{ql}{F} - \frac{2qz_3}{F} \quad (0 \leq z_3 \leq l),$$

$$z_3 = 0, \quad \sigma_3 = \frac{3}{4} \frac{ql}{F} \text{ (растяжение),}$$

$$z_3 = l, \quad \sigma_3 = -\frac{5}{4} \frac{ql}{F} \text{ (сжатие),}$$

$$\sigma_4 = -\frac{ql}{F} \text{ (сжатие).}$$



4. Определение осевых перемещений

Будем считать положительными перемещения в направлении оси z (вправо).

а) $w_A = 0$,

$$w_1 = \Delta z_1 = \int_0^{z_1} \frac{N_1}{EF_1} dz_1 = \int_0^{z_1} \frac{(-\frac{1}{2}ql)}{EF} dz_1 = -\frac{qlz_1}{2EF},$$

$$W_B = \Delta Z_1 \Big|_{z_1=l} = -\frac{1}{2} \frac{ql^2}{EF} \quad (\text{влево});$$

$$\begin{aligned} \text{б) } W_2 &= W_B + \Delta Z_2 = -\frac{ql^2}{2EF} + \int_0^{z_2} \frac{N_2 dz_2}{EF_2} = \\ &= -\frac{ql^2}{2EF} + \int_0^{z_2} \frac{\frac{3}{2} ql dz_2}{E 2F}, \end{aligned}$$

$$W_2 = -\frac{1}{2} \frac{ql^2}{EF} + \frac{3}{4} \frac{qlz_2}{EF},$$

$$W_C = W_2 \Big|_{z_2=l} = \frac{1}{4} \frac{ql^2}{EF} \quad (\text{вправо});$$

$$\text{б) } W_3 = W_C + \Delta Z_3 = \frac{1}{4} \frac{ql^2}{EF} + \int_0^{z_3} \frac{(\frac{3}{2} ql - 4qz_3) dz_3}{2EF},$$

$$W_3 = \frac{1}{4} \frac{ql^2}{EF} + \frac{3}{4} \frac{qlz_3}{EF} - \frac{qz_3^2}{EF},$$

$$W_D = W_3 \Big|_{z_3=l} = 0,$$

$$\frac{dW_3}{dz_3} = \frac{3}{4} \frac{ql}{EF} - \frac{2qz_3}{EF} = 0 \quad \text{при } z_3^* = \frac{3}{8} l,$$

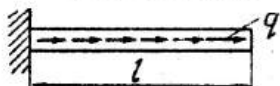
$$W_{3\max} = W_3 \Big|_{z_3=\frac{3}{8}l} = \frac{1}{4} \frac{ql^2}{EF} + \frac{3}{4} \frac{ql}{EF} \frac{3}{8} l - \frac{q}{EF} \left(\frac{3}{8} l\right)^2 =$$

$$= \frac{ql^2}{EF} \left(\frac{1}{4} + \frac{9}{32} - \frac{9}{64} \right) = \frac{25}{64} \frac{ql^2}{EF} \quad (\text{вправо});$$

$$\text{в) } W_4 = W_D + \Delta Z_4 = \int_0^{z_4} \frac{(-ql) dz_4}{EF} = -\frac{qlz_4}{EF},$$

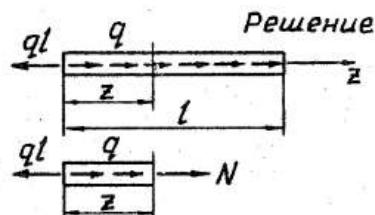
$$W_E = W_4 \Big|_{z_4=l} = -\frac{ql^2}{EF} \quad (\text{влево}).$$

Задача 1.2



Брус, жесткость которого при растяжении-сжатии EF , нагружен равномерно распределенной силой интенсивностью q .

Определить потенциальную энергию деформации бруса и работу, производимую внешними силами.



Уравнение статического равновесия:

$$N + qz - ql = 0,$$

$$N = q(l - z), \quad 0 \leq z \leq l.$$

1) Потенциальная энергия деформации бруса

$$U = \frac{1}{2} \int_0^l \frac{N^2 dz}{EF} = \frac{1}{2} \int_0^l \frac{q^2 (l - z)^2}{EF} dz = \frac{q^2}{2EF} \left(l^2 z - 2l \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3} \right) \Big|_0^l,$$

$$U = \frac{q^2 l^3}{6EF}.$$

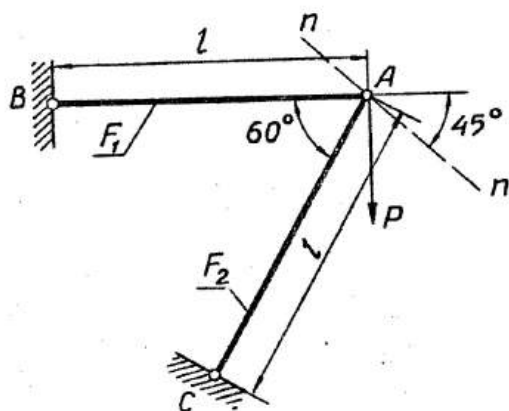
2) Работа внешних сил $A = \frac{1}{2} \int_0^l q w_z dz$

$$w_z = \int_0^z \frac{N dz}{EF} = \frac{q}{EF} \int_0^z (l - z) dz = \frac{q}{EF} \left(lz - \frac{z^2}{2} \right) \Big|_0^z = \frac{q}{EF} \left(lz - \frac{z^2}{2} \right);$$

$$A = \frac{1}{2} \int_0^l q \frac{q}{EF} \left(lz - \frac{z^2}{2} \right) dz = \frac{q^2}{2EF} \left(l \frac{z^2}{2} - \frac{z^3}{6} \right) \Big|_0^l =$$

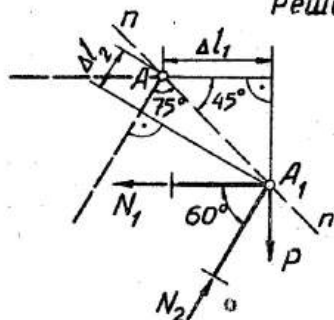
$$= \frac{q^2}{2EF} \left(\frac{l^3}{2} - \frac{l^3}{6} \right) = \frac{q^2 l^3}{6EF}; \quad U = A = \frac{q^2 l^3}{6EF}.$$

Задача 1.3



При каком соотношении площадей поперечных сечений стержней AB и AC узел A под действием силы P будет перемещаться в направлении n - n ? Материал стержней одинаков.

Решение



Уравнения равновесия:

$$\left. \begin{aligned} N_2 \cos 30^\circ &= P, \\ N_2 \cos 60^\circ &= N_1; \\ N_2 &= \frac{P}{\cos 30^\circ}, \\ N_1 &= \frac{P \cos 60^\circ}{\cos 30^\circ}. \end{aligned} \right\} (1)$$

Рассмотрим деформированное состояние системы:

$$AA_1 = \frac{\Delta l_1}{\cos 45^\circ}, \quad AA_1 = \frac{\Delta l_2}{\cos 75^\circ};$$

$$\frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = \frac{\cos 45^\circ}{\cos 75^\circ}; \quad (2)$$

$$\Delta l_i = \frac{N_i l_i}{EF_i}. \quad (3)$$

Преобразуем (2) с учетом (3):

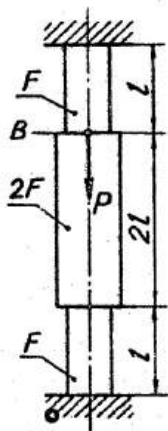
$$\frac{N_1 l_1}{EF_1} \cdot \frac{EF_2}{N_2 l_2} = \frac{\cos 45^\circ}{\cos 75^\circ}, \quad \frac{F_2}{F_1} = \frac{N_2}{N_1} \cdot \frac{\cos 45^\circ}{\cos 75^\circ}.$$

Подставив из (1) значения N_1 и N_2 , получим:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{P \cos 30^\circ}{\cos 30^\circ P \cos 60^\circ} \cdot \frac{\cos 45^\circ}{\cos 75^\circ} = \frac{\cos 45^\circ}{\cos 60^\circ \cos 75^\circ},$$

$$\frac{F_2}{F_1} = 5,46.$$

Задача 1.4



Стальной ступенчатый брусок закреплен между двумя жесткими опорами, нагружен силой P и нагрет по всей длине на $t^{\circ}\text{C}$.

Определить, при каком значении t сечение B , в котором приложена сила P , останется на месте.

Построить эпюры внутренних сил N , нормальных напряжений σ и осевых перемещений w , возникающих при этих условиях.

Дано:

$$P = 24 \text{ кН},$$

$$l = 0,2 \text{ м},$$

$$F = 2 \text{ см}^2,$$

$$\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{град}},$$

$$E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}.$$

Решение

Уравнение статического равновесия:

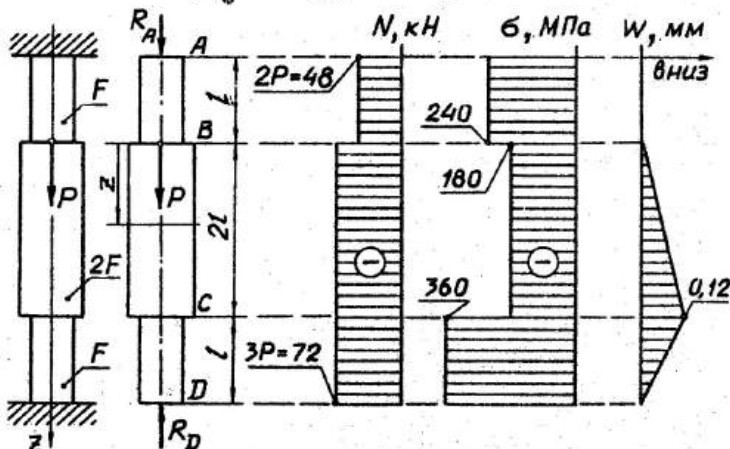
$$\sum z = 0, \quad R_D - R_A - P = 0. \quad (1)$$

Задача один раз статически неопределима.

Уравнение перемещений:

$$\Delta l_{AD} = 0,$$

$$4 \Delta l_t - \frac{R_D l}{EF_0} - \frac{R_D 2l}{E 2F} - \frac{R_A l}{EF} = 0. \quad (2)$$



Сечение В не перемещается, если $\Delta l_{AB} = 0$:

$$\Delta l_t - \frac{R_A l}{EF} = 0. \quad (3)$$

Решая совместно уравнения (1)-(3), получаем

$$R_A = \Delta t EF, \quad R_D = \frac{3}{2} \Delta t EF, \quad P = \frac{1}{2} \Delta t EF;$$

$$\Delta t EF = 2P \rightarrow R_A = 2P, \quad R_D = 3P;$$

$$t = \frac{2P}{\alpha EF} = \frac{2 \cdot 24 \cdot 10^3}{12 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = 100^\circ \text{C (нагрев)}.$$

Внутренние силы

$$N_{AB} = 2P = 48 \text{ кН (сжатие)},$$

$$N_{BD} = 3P = 72 \text{ кН (сжатие)}.$$

Нормальные напряжения $\sigma_i = \frac{N_i}{F_i}$

$$\sigma_{AB} = \frac{48 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{-4}} = 240 \cdot 10^6 \text{ Па} = 240 \text{ МПа},$$

$$\sigma_{BC} = \frac{72 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^{-4}} = 180 \cdot 10^6 \text{ Па} = 180 \text{ МПа},$$

$$\sigma_{CD} = \frac{72 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{-4}} = 360 \cdot 10^6 \text{ Па} = 360 \text{ МПа}.$$

(сжатие)

Осевые перемещения

Начало отсчета выбираем в сечении А, положительное направление – вниз.

$$w_A = 0,$$

$$w_B = \Delta l_{AB} = 0;$$

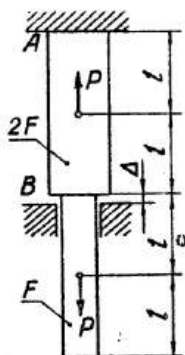
$$w_z = \alpha z t - \frac{R_D z}{E 2F};$$

$$w_c \Big|_{z=2l} = \Delta l_{BC} = \alpha 2l t - \frac{R_D 2l}{E 2F} = \alpha 2l \frac{2P}{\alpha EF} - \frac{3Pl}{EF} =$$

$$= \frac{Pl}{EF} = \frac{24 \cdot 10^3 \cdot 0,2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = 12 \cdot 10^{-5} \text{ м} = 0,12 \text{ мм (вниз)};$$

$$w_D = w_c + \Delta l_{CD} = \frac{Pl}{EF} + \alpha l t - \frac{R_D l}{EF} = \frac{Pl}{EF} + \alpha l \frac{2P}{\alpha EF} - \frac{3Pl}{EF} = 0.$$

Задача 1.5



Стальной ступенчатый брус, жестко закрепленный в опоре A и имеющий зазор Δ в опоре B, нагружается силами P .

Определить величину зазора Δ , при которой реакция R_B в опоре B равна $\frac{1}{4}P$. Для найденного значения зазора Δ построить эпюры внутренних сил N , нормальных напряжений σ , осевых перемещений w и из расчета на прочность определить площадь поперечного сечения F .

Дано: $P = 50 \text{ кН}$,
 $l = 0,3 \text{ м}$,
 $\sigma_T = 250 \text{ МПа}$,
 $n_T = 1,5$,
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

Решение

Уравнение статического равновесия:

$$\sum z = 0, \quad -R_A + P + R_B - P = 0,$$

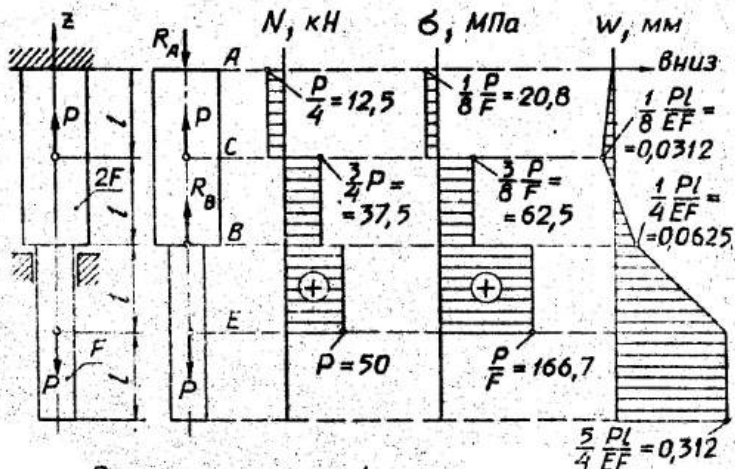
$$R_A = R_B = \frac{P}{4}. \quad (1)$$

Уравнение перемещений:

$$\frac{P \cdot 2l}{E \cdot 2F} - \frac{R_B \cdot 2l}{E \cdot 2F} - \frac{Pl}{E \cdot 2F} = \Delta. \quad (2)$$

Так как $R_B = \frac{P}{4}$, то $\Delta = \frac{Pl}{4EF}$,

$$\Delta = \frac{50 \cdot 10^3 \cdot 0,3}{4 \cdot 2 \cdot 10^{11} F} = 1,875 \cdot 10^{-8} \frac{1}{F}.$$



Внутренние силы

$$N_{AC} = \frac{P}{4} \quad (\text{сжатие}),$$

$$N_{CB} = P - \frac{P}{4} = \frac{3}{4}P \quad (\text{растяжение}),$$

$$N_{BE} = P \quad (\text{растяжение}).$$

Нормальные напряжения

$$\sigma_{AC} = \frac{P}{4 \cdot 2F} = \frac{1}{8} \frac{P}{F} \quad (\text{сжатие}),$$

$$\sigma_{CB} = \frac{3P}{4 \cdot 2F} = \frac{3}{8} \frac{P}{F} \quad (\text{растяжение}),$$

$$\sigma_{BE} = \frac{P}{F} \quad (\text{растяжение}).$$

Осевые перемещения

$$W_A = 0,$$

$$W_C = \Delta l_{AC} = \frac{N_{AC} l}{2EF} = -\frac{1}{8} \frac{Pl}{EF},$$

$$\begin{aligned} W_B &= \Delta l_{AC} + \Delta l_{CB} = -\frac{1}{8} \frac{Pl}{EF} + \frac{N_{CB} l}{2EF} = -\frac{1}{8} \frac{Pl}{EF} + \frac{3}{8} \frac{Pl}{EF} = \\ &= \frac{1}{4} \frac{Pl}{EF}, \end{aligned}$$

$$W_E = \Delta l_{AB} + \Delta l_{BE} = \frac{1}{4} \frac{Pl}{EF} + \frac{N_{BE} l}{EF} = \frac{1}{4} \frac{Pl}{EF} + \frac{Pl}{EF} = \frac{5}{4} \frac{Pl}{EF}.$$

Условие прочности

$$\sigma_{\max} \leq \frac{\sigma_T}{n_T}. \quad (3)$$

Из уравнения (3) с учетом эпюры σ

$$\sigma_{\max} = \sigma_{BE} = \frac{P}{F} \rightarrow F = \frac{P n_T}{\sigma_T};$$

$$F = \frac{50 \cdot 10^3 \cdot 1,5}{250 \cdot 10^6} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2, \quad F = 3 \text{ см}^2.$$

Вычисляем N , σ и w с учетом найденного значения $F = 3 \text{ см}^2$.

Внутренние силы

$$N_{AC} = \frac{1}{4} P = \frac{50}{4} = 12,5 \text{ кН (сжатие)},$$

$$N_{CB} = \frac{3}{4} P = \frac{3 \cdot 50}{4} = 37,5 \text{ кН (растяжение)},$$

$$N_{BE} = P = 50 \text{ кН (растяжение)}.$$

Нормальные напряжения

$$\sigma_{AC} = \frac{1}{8} \frac{P}{F} = \frac{50 \cdot 10^3}{8 \cdot 3 \cdot 10^{-4}} = 20,8 \text{ МПа (сжатие)},$$

$$\sigma_{CB} = \frac{3}{8} \frac{P}{F} = \frac{3 \cdot 50 \cdot 10^3}{8 \cdot 3 \cdot 10^{-4}} = 62,5 \text{ МПа (растяжение)},$$

$$\sigma_{BE} = \frac{P}{F} = \frac{50 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^{-4}} = 166,7 \text{ МПа (растяжение)}.$$

Осевые перемещения

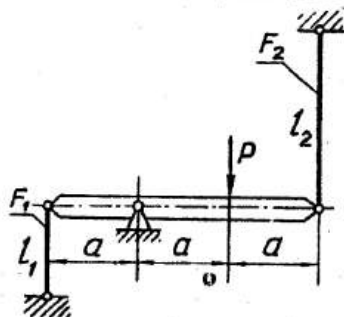
$$w_C = -\frac{1}{8} \frac{PL}{EF} = -\frac{50 \cdot 10^3 \cdot 0,3}{8 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 3 \cdot 10^{-4}} = -0,0312 \text{ мм (вверх)},$$

$$w_B = \frac{1}{4} \frac{PL}{EF} = \frac{50 \cdot 10^3 \cdot 0,3}{4 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 3 \cdot 10^{-4}} = 0,0625 \text{ мм (вниз)},$$

$$w_E = \frac{5}{4} \frac{PL}{EF} = \frac{5 \cdot 50 \cdot 10^3 \cdot 0,3}{4 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 3 \cdot 10^{-4}} = 0,312 \text{ мм (вниз)};$$

$$\Delta = w_B = 0,0625 \text{ мм}.$$

Задача 1.6



Определить, при каком соотношении длин $l_2:l_1$ стержни будут равнопрочны. Найти коэффициент запаса Π_T и работу силы P .

Стержни стальные, площади их поперечных сечений одинаковы. Деформациями бруса и силой веса бруса по сравнению с силой P следует пренебречь.

Дано: $P = 48 \text{ кН}$, $l_2 = 1 \text{ м}$,
 $F_1 = F_2 = 2 \text{ см}^2$, $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$,
 $\sigma_T = 300 \text{ МПа}$.

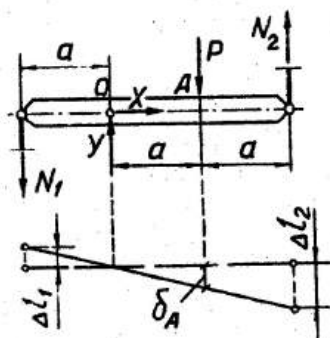
Решение

Так как $\Pi_{Ti} = \frac{\sigma_T}{\sigma_i}$, а $\sigma_i = \frac{N_i}{F_i}$, то условие равнопрочности стержней

$$\Pi_{T1} = \Pi_{T2} = \Pi_T$$

в данном случае имеет вид:

$$N_1 = N_2 = N. \quad (1)$$



Уравнение статического равновесия:

$$\sum \text{мом} 0 = 0,$$

$$N_1 a + N_2 2a = Pa \quad (2)$$

Учитывая (1),

$$3N = P, \quad N = N_1 = N_2 = \frac{1}{3}P.$$

Уравнение перемещений: $2\Delta l_1 = \Delta l_2$

$$\text{или при } F_1 = F_2 = F \quad 2 \frac{N_1 l_1}{EF} = \frac{N_2 l_2}{EF} \quad (3)$$

Учитывая (1), $2l_1 = l_2 \rightarrow l_2 : l_1 = 2.$

Нормальные напряжения

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{P}{3F} = \frac{48 \cdot 10^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = 80 \cdot 10^6 \text{ Па} = 80 \text{ МПа}.$$

Коэффициент запаса

$$n_T = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\max}}, \quad n_T = \frac{300}{80} = 3,8,$$

$$n_T = 3,8.$$

Работа силы P

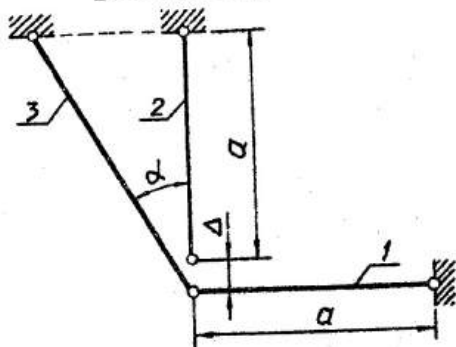
$$A = \frac{1}{2} P \delta_A;$$

$$\delta_A = \Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{EF} = \frac{48 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{3 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0,2 \text{ мм}.$$

$$A = \frac{1}{2} 48 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 4,8 \text{ Дж},$$

$$A = 4,8 \text{ Дж}.$$

Задача 1.7



Определить коэффициент запаса Π_T конструкции после сборки. Стержни 1 и 2 – медные, стержень 3 – стальной.

Дано: $\alpha = 30^\circ$,

$$F_1 = F_2 = 4 \text{ см}^2,$$

$$F_3 = 2 \text{ см}^2,$$

$$a = 1 \text{ м},$$

$$\Delta = 2 \text{ мм}.$$

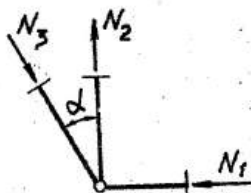
$$\sigma_{ТМ} = 130 \text{ МПа},$$

$$\sigma_{Тст} = 250 \text{ МПа},$$

$$E_M = 10^5 \text{ МПа},$$

$$E_{ст} = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа},$$

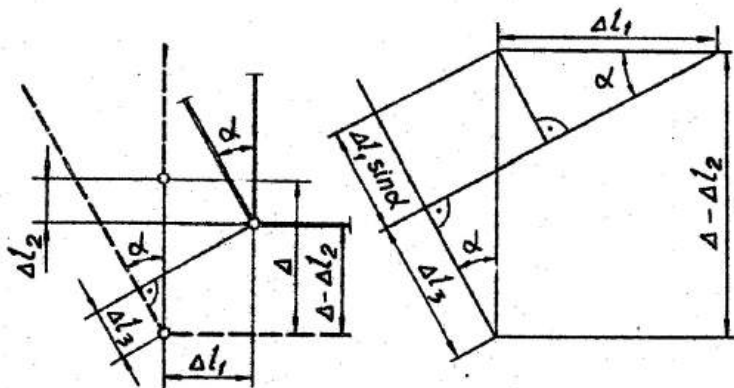
Решение



Уравнения статического равновесия:

$$N_1 = N_3 \sin \alpha, \quad (1)$$

$$N_2 = N_3 \cos \alpha. \quad (2)$$



Уравнение перемещений:

$$(\Delta - \Delta l_2) \cos \alpha = \Delta l_3 + \Delta l_1 \sin \alpha,$$

$$\Delta \cos \alpha = \Delta l_2 \cos \alpha + \Delta l_3 + \Delta l_1 \sin \alpha,$$

$$\Delta \cos \alpha = \frac{N_2 l_2}{E_2 F_2} \cos \alpha + \frac{N_3 l_3}{E_3 F_3} + \frac{N_1 l_1}{E_1 F_1} \sin \alpha;$$

$$l_1 = a, \quad l_2 = a, \quad l_3 = \frac{a}{\cos \alpha},$$

$$F_1 = 2F_3, \quad F_2 = 2F_3,$$

$$E_1 = E_M, \quad E_2 = E_M, \quad E_3 = 2E_M;$$

$$\Delta \cos \alpha = \frac{N_2 a}{E_M 2F_3} \cos \alpha + \frac{N_3 a}{\cos \alpha 2E_M F_3} + \frac{N_1 a}{E_M 2F_3} \sin \alpha. \quad (3)$$

Решая совместно уравнения (1) - (3), определяем внутренние силы:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta}{a} \cos^2 \alpha E_M 2F_3 &= N_3 \cos^3 \alpha + N_3 + N_3 \sin^2 \alpha \cos \alpha = \\ &= N_3 (1 + \sin^2 \alpha \cos \alpha + \cos^3 \alpha) = N_3 (1 + \cos \alpha); \end{aligned}$$

$$N_3 = \frac{\Delta \cos^2 \alpha E_m 2F_3}{a(1 + \cos \alpha)},$$

$$N_3 = \frac{2 \cdot \frac{3}{4} \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{1000 \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = 32,16 \cdot 10^3 \text{ Н},$$

$$N_3 = 32,16 \text{ кН (сжатие)},$$

$$N_1 = N_3 \sin \alpha = 32,16 \cdot \frac{1}{2} = 16,08 \text{ кН (сжатие)},$$

$$N_2 = N_3 \cos \alpha = 32,16 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 27,84 \text{ кН (растяжение)}.$$

Нормальные напряжения

$$\sigma_1 = \frac{16,08 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^{-4}} = 40,2 \cdot 10^6 \text{ Па} = 40,2 \text{ МПа},$$

$$\sigma_2 = \frac{27,84 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^{-4}} = 69,6 \cdot 10^6 \text{ Па} = 69,6 \text{ МПа},$$

$$\sigma_3 = \frac{32,16 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{-4}} = 160,8 \cdot 10^6 \text{ Па} = 160,8 \text{ МПа}.$$

Коэффициент запаса

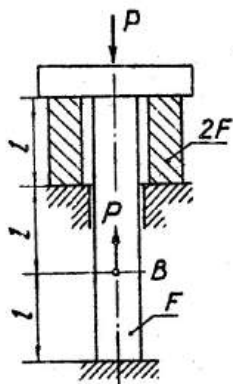
$$n_T = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\max}},$$

$$n_{Tm} = \frac{130}{69,6} = 1,87; \quad n_{Tcm} = \frac{250}{160,8} = 1,55;$$

$$n_T = 1,55.$$

2. Растяжение - сжатие за пределами упругости

Задача 2.1



Брус поперечного сечения F и жестко соединенная с ним втулка поперечного сечения $2F$ нагружены силами P .

Построить эпюры нормальных напряжений и перемещений.

Определить остаточные силы в бресе и во втулке, возникающие после нагружения силой $P = P^*$ и последующей разгрузки.

Построить графики изменения внутренних сил и перемещения сечения B при возрастании силы P от нуля до предельного значения $P_{пр}$.

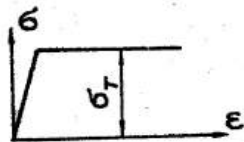
Материалы бруса и втулки одинаковы.

Дано: $l = 0,3 \text{ м}$, $F = 2,5 \text{ см}^2$,

$\sigma_{тр} = \sigma_{тс} = \sigma_T = 300 \text{ МПа}$,

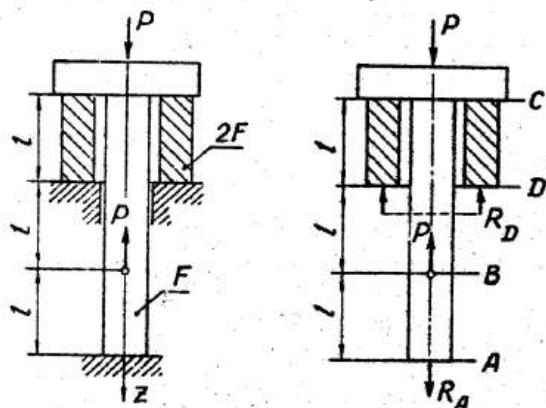
$E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$,

$P^* = \frac{15}{8} \sigma_T F$.



Решение

I. Рассмотрим систему в области упругих деформаций ($0 \leq P \leq P_T$).



Уравнение статического равновесия:

$$R_A - P + P - R_D = 0, \quad R_A = R_D.$$

Задача один раз статически неопределима.

Уравнение перемещений: $\Delta l_{\text{от}} = \Delta l_{\text{ор}}$,

$$\frac{R_D l}{E 2F} = \frac{P 2l}{EF} - \frac{R_A 3l}{EF},$$

$$R_A = R_D = \frac{4}{7} P.$$

Внутренние силы

$$N_{CD} = \frac{4}{7} P \quad (\text{сжатие}),$$

$$N_{AB} = \frac{4}{7} P \quad (\text{растяжение}),$$

$$N_{BC} = \frac{3}{7} P \quad (\text{сжатие}).$$

Нормальные напряжения $\sigma = \frac{N}{F}$

$$\sigma_{CD} = \frac{N_{CD}}{2F} = \frac{2}{7} \frac{P}{F} \quad (\text{сжатие}),$$

$$\sigma_{AB} = \frac{N_{AB}}{F} = \frac{4}{7} \frac{P}{F} \quad (\text{растяжение}),$$

$$\sigma_{BC} = \frac{N_{BC}}{F} = \frac{3}{7} \frac{P}{F} \quad (\text{сжатие}).$$

Так как $\sigma_{max} = \sigma_{AB}$, то при $P = P_T$ пластические деформации возникнут на участке АВ, т.е. $\sigma_{AB} = \sigma_T$,

$$\frac{4}{7} \frac{P_T}{F} = \sigma_T \rightarrow P_T = \frac{7}{4} \sigma_T F;$$

$$P_T = \frac{7}{4} \cdot 300 \cdot 10^6 \cdot 2,5 \cdot 10^{-4} = 1,312 \cdot 10^5 \text{ Н} = 131,2 \text{ кН}.$$

Осевые перемещения

Перемещение вверх считаем положительным.

Для бруса $w_A = 0$, $w_B = \Delta l_{AB} = \frac{N_{AB} l}{EF} = \frac{4}{7} \frac{Pl}{EF}$ (вверх),

$$w_C = w_B + \Delta l_{BC} = \frac{4}{7} \frac{Pl}{EF} - \frac{3}{7} \frac{Pl}{EF} = -\frac{2}{7} \frac{Pl}{EF} \quad (\text{вниз});$$

для втулки

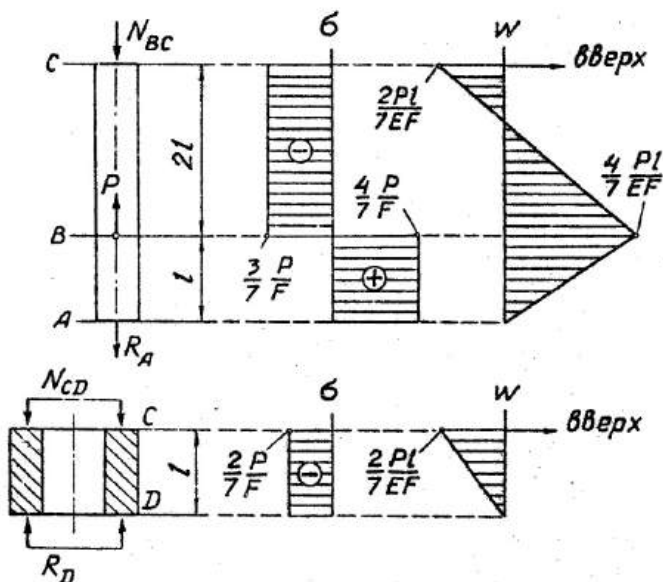
$$w_C = \Delta l_{CD} = -\frac{4}{7} \frac{Pl}{2EF} = -\frac{2}{7} \frac{Pl}{EF} \quad (\text{вниз}).$$

При $P = P_T$:

$$N_{CD} = N_{AB} = \frac{4}{7} \cdot \frac{7}{4} \sigma_T F = \sigma_T F = 300 \cdot 10^6 \cdot 2,5 \cdot 10^{-4} = 75 \text{ кН},$$

$$N_{BC} = \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{4} \sigma_T F = \frac{3}{4} \sigma_T F = \frac{3}{4} \cdot 300 \cdot 10^6 \cdot 2,5 \cdot 10^{-4} = 56,25 \text{ кН},$$

$$w_B = \frac{4}{7} \cdot \frac{7}{4} \frac{\sigma_T F l}{EF} = \frac{\sigma_T l}{E} = \frac{300 \cdot 10^6 \cdot 0,3}{2 \cdot 10^{11}} = 0,45 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0,45 \text{ мм}.$$



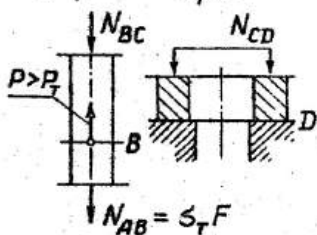
II. Рассмотрим систему в области упруго-пластических деформаций ($P_T \leq P \leq P_{np}$).

Так как диаграмма б-б указывает на отсутствие упрочнения материала, то

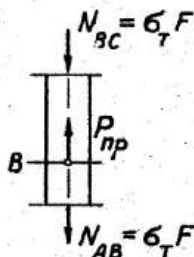
$$N_{AB} = \sigma_T F,$$

$$N_{BC} = P - N_{AB} = P - \sigma_T F,$$

$$N_{CD} = N_{AB} = \sigma_T F.$$



Очевидно, вслед за участком АВ пластические деформации появятся на участке ВС, и тогда для системы наступит предельное состояние ($P = P_{np}$).



Предельная сила

$$P_{np} = 26_T F,$$

$$P_{np} = 2 \cdot 300 \cdot 10^6 \cdot 2,5 \cdot 10^{-4} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Н},$$

$$P_{np} = 150 \text{ кН}.$$

Осевое перемещение сечения В

$$w_B = \Delta l_{BC} - \Delta l_{CD},$$

$$w_B = \frac{N_{BC} 2l}{EF} - \frac{N_{CD} l}{E 2F} = \frac{(P - 6_T F) 2l}{EF} - \frac{6_T F l}{E 2F}.$$

При $P = P_{np}$

$$N_{AB} = 6_T F = 75 \text{ кН},$$

$$N_{BC} = 26_T F - 6_T F = 6_T F = 75 \text{ кН},$$

$$N_{CD} = 6_T F = 75 \text{ кН};$$

$$w_B = \frac{(26_T F - 6_T F) 2l}{EF} - \frac{6_T F l}{E 2F} = \frac{3}{2} \frac{6_T l}{E},$$

$$w_B = \frac{3}{2} \frac{300 \cdot 10^6 \cdot 0,3}{2 \cdot 10^{11}} = 0,675 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0,675 \text{ мм}.$$

Определение остаточных сил $N^{\text{ост}}$ и перемещения $w_B^{\text{ост}}$

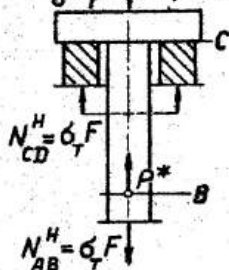
$$P^* = \frac{15}{8} 6_T F = 140,6 \text{ кН}$$

Так как $P_T < P^* < P_{np}$, то при нагружении

$$N_{AB}^H = 6_T F = 75 \text{ кН (растяжение)},$$

$$N_{BC}^H = P^* - 6_T F = \frac{15}{8} 6_T F - 6_T F = \frac{7}{8} 6_T F = 65,6 \text{ кН (сжатие)},$$

$$N_{CD}^H = N_{AB}^H = 75 \text{ кН (сжатие)}.$$



$$w_B^H = \frac{(P^* - 6_T F) 2l}{EF} - \frac{6_T Fl}{E 2F} = \frac{5}{4} \frac{6_T l}{E},$$

$$w_B^H = \frac{5 \cdot 300 \cdot 10^6 \cdot 0,3}{4 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6} = 0,562 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0,562 \text{ мм (вверх)}.$$

При разгрузке

$$N_{AB}^P = \frac{4}{7} P^* = \frac{4}{7} \cdot \frac{15}{8} 6_T F = \frac{15}{14} 6_T F = 80,36 \text{ кН (сжатие)},$$

$$N_{BC}^P = \frac{3}{7} P^* = \frac{3}{7} \cdot \frac{15}{8} 6_T F = \frac{45}{56} 6_T F = 60,27 \text{ кН (растяжение)},$$

$$N_{CD}^P = \frac{4}{7} P^* = 80,36 \text{ кН (растяжение)};$$

$$w_B^P = \frac{4 P^* l}{7 EF} = \frac{4 \cdot 15 6_T Fl}{7 \cdot 8 EF} = \frac{15}{14} \frac{6_T l}{E},$$

$$w_B^P = \frac{15 \cdot 300 \cdot 10^6 \cdot 0,3}{14 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6} = 0,482 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0,482 \text{ мм (вниз)}.$$

Остаточные силы $N^{ост}$ и перемещение $w_B^{ост}$

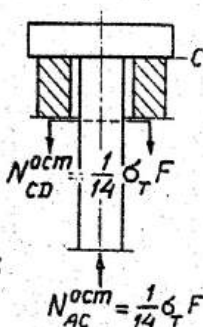
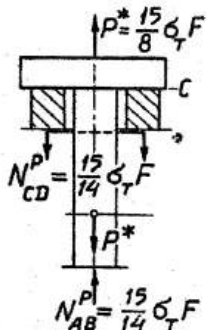
$$\left. \begin{aligned} N^{ост} &= N^H + N^P, \\ w_B^{ост} &= w_B^H + w_B^P; \end{aligned} \right\} \text{здесь } N \text{ имеет знак плюс при растяжении и минус при сжатии, } w \text{ имеет знак плюс при перемещении сечения вверх};$$

$$N_{AB}^{ост} = 6_T F - \frac{15}{14} 6_T F = -\frac{1}{14} 6_T F = -5,36 \text{ кН (сжатие)},$$

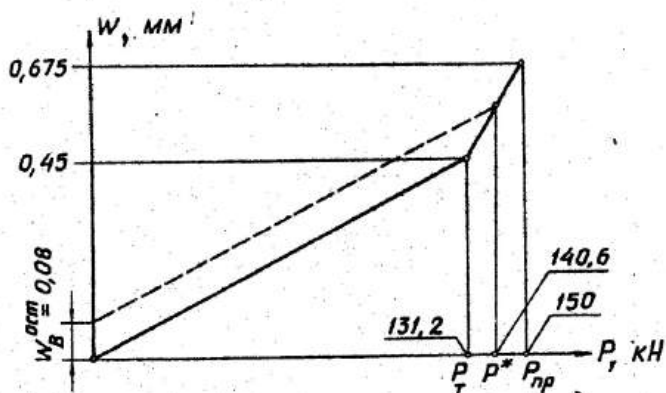
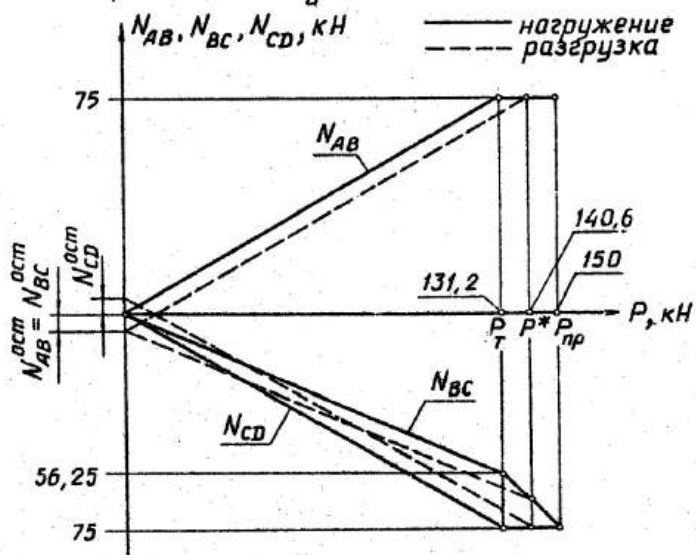
$$N_{BC}^{ост} = -\frac{7}{8} 6_T F + \frac{45}{56} 6_T F = -\frac{1}{14} 6_T F = -5,36 \text{ кН (сжатие)},$$

$$N_{CD}^{ост} = -6_T F + \frac{15}{14} 6_T F = \frac{1}{14} 6_T F = 5,36 \text{ кН (растяжение)};$$

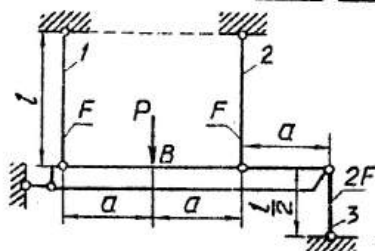
$$w_B^{ост} = 0,562 - 0,482 = 0,08 \text{ мм}.$$



Графики зависимостей внутренних сил N_i и перемещения w_B от величины силы P



Задача 2.2



Брус закреплен на трех стержнях и нагружен силой P .

Определить силу $P = P_T$, при которой в системе возникают

первые пластические деформации, и силу $P = P_{пр}$, при которой исчерпывается несущая способность системы. Деформациями бруса и силой его веса по сравнению с силой P пренебречь.

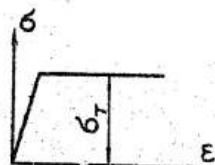
Вычислить остаточные силы в стержнях и остаточное перемещение точки В приложения силы P при нагружении силой $P = P^*$ и последующей разгрузке. Построить графики изменения внутренних сил в стержнях и перемещения точки В при возрастании силы P от нуля до $P_{пр}$.

Дано: $l = 0,5 \text{ м}$, $F = 1 \text{ см}^2$,

$P^* = 65 \text{ кН}$,

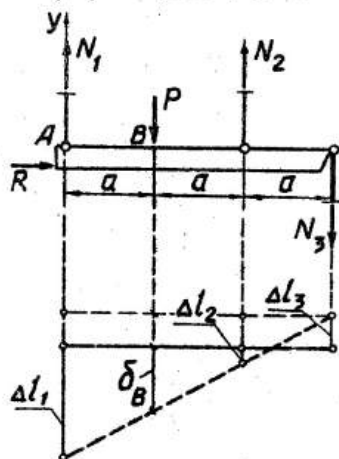
$E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$,

$\sigma_{тр} = \sigma_{тс} = \sigma_T = 350 \text{ МПа}$.



Решение

I. Рассмотрим систему в области упругих деформаций ($0 \leq P \leq P_T$).



Уравнения статического равновесия:

$$\sum y = 0,$$

$$N_1 + N_2 - N_3 = P; \quad (1)$$

$$\sum \text{мом} A = 0,$$

$$N_2 2a = Pa + N_3 3a,$$

$$2N_2 - 3N_3 = P. \quad (2)$$

Уравнение перемещений:

$$\Delta l_1 + \Delta l_3 = 3(\Delta l_2 + \Delta l_3),$$

$$3\Delta l_2 + 2\Delta l_3 - \Delta l_1 = 0,$$

$$3 \frac{N_2 l}{EF} + 2 \frac{N_3 \frac{l}{2}}{E2F} - \frac{N_1 l}{EF} = 0,$$

$$6N_2 + N_3 - 2N_1 = 0. \quad (3)$$

Решаем совместно уравнения (1) - (3).

$$\text{Из (3)} \rightarrow N_1 = \frac{1}{2} N_3 + 3N_2; \text{ подставим}$$

$$\text{в (1)} \rightarrow \frac{1}{2} N_3 + 3N_2 + N_2 - N_3 = P,$$

$$(4N_2 - P) 2 = N_3; \text{ подставим}$$

$$\text{в (2)} \rightarrow 2N_2 - 3 \cdot 2(4N_2 - P) = P,$$

$$22N_2 = 5P.$$

$$N_2 = \frac{5}{22} P \text{ (растяжение);} \quad (4)$$

$$N_3 = 2(4N_2 - P) = 2\left(4 \cdot \frac{5}{22} P - P\right),$$

$$N_3 = -\frac{4}{22} P \text{ (сжатие);} \quad (5)$$

$$N_1 = \frac{1}{2} N_3 + 3N_2 = -\frac{2}{22} P + 3 \cdot \frac{5}{22} P,$$

$$N_1 = \frac{13}{22} P \text{ (растяжение).} \quad (6)$$

Нормальные напряжения $\sigma_i = \frac{N_i}{F_i}$

$$\sigma_1 = \frac{13}{22} \frac{P}{F}, \quad \sigma_2 = \frac{5}{22} \frac{P}{F}, \quad \sigma_3 = -\frac{2}{22} \frac{P}{F}; \quad \sigma_1 = \sigma_{\max}.$$

Первые пластические деформации появляются при $\sigma_{\max} = \sigma_T$, т.е. при $\sigma_1 = \sigma_T$, следовательно,

$$\frac{13}{22} \frac{P_T}{F} = \sigma_T;$$

$$P_T = \frac{22}{13} \sigma_T F = \frac{22}{13} \cdot 350 \cdot 10^6 \cdot 10^{-4} = 59200 \text{ Н,}$$

$$P_T = 59,2 \text{ кН.}$$

Внутренние силы при $P = P_T = 59,2 \text{ кН}$

$$N_1 = \sigma_T F = 350 \cdot 10^6 \cdot 10^{-4} = 35 \text{ кН (растяжение),}$$

$$N_2 = \frac{5}{22} P_T = \frac{5}{22} \cdot 59,2 = 13,45 \text{ кН (растяжение),}$$

$$N_3 = -\frac{4}{22} P_T = -\frac{4}{22} \cdot 59,2 = -10,76 \text{ кН (сжатие).}$$

Перемещения точки В

В соответствии с чертежом деформированного состояния $\delta_B + \Delta l_3 = 2(\Delta l_2 + \Delta l_3),$

$$\delta_B = 2\Delta l_2 + \Delta l_3.$$

С учетом (4) и (5)

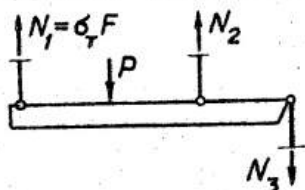
$$\delta_B = 2 \frac{5}{22} \frac{Pl}{EF} - \frac{4}{22} \frac{P \frac{l}{2}}{E2F} = \frac{9}{22} \frac{Pl}{EF}. \quad (7)$$

при $P = P_T$ $\delta_B = \frac{9}{22} \frac{P_T l}{EF},$

$$\delta_B = \frac{9}{22} \cdot \frac{59,2 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 10^{-4}} = 6,05 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0,605 \text{ мм}.$$

II. Рассмотрим систему в области упруго-пластических деформаций ($P_T \leq P \leq P_{пр}$).

Так как $P > P_T$, то стержень 1 деформируется пластически, следовательно,



$$\epsilon_1 = \epsilon_T,$$

$$N_1 = 6_T F, \quad (8)$$

а стержни 2 и 3 деформируются упруго.

Из уравнений (1) и (2)

$$N_2 = P - 6_T F + N_3, \quad (9)$$

$$2N_2 = P + 3N_3. \quad (10)$$

Решая совместно (9) и (10), находим внутренние силы

$$N_3 = P - 26_T F, \quad (11)$$

$$N_2 = 2P - 36_T F. \quad (12)$$

Нормальные напряжения

$$\epsilon_3 = \frac{N_3}{2F} = \frac{P}{2F} - \epsilon_T, \quad \epsilon_2 = \frac{2P}{F} - 3\epsilon_T.$$

Перемещение точки В

$$\delta_B = 2\Delta l_2 + \Delta l_3 = 2 \frac{(2P - 36_T F)l}{EF} + \frac{(P - 26_T F) \frac{l}{2}}{E2F},$$

$$\delta_B = \frac{(17P - 26 \cdot 36_T F)l}{4EF}. \quad (13)$$

Предельное состояние системы наступит тогда, когда наряду со стержнем 1 получит пластические деформации стержень 2 или 3.

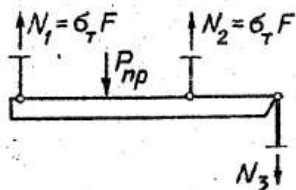
Предположим, что пластические деформации возникли в стержне 2:

$$\sigma_2 = \frac{2P'_{np}}{F} - 36_T = 6_T \rightarrow P'_{np} = 26_T F.$$

Предположим, что пластические деформации возникли в стержне 3:

$$\sigma_3 = \frac{P''_{np}}{2F} - 6_T = 6_T \rightarrow P''_{np} = 46_T F.$$

$P'_{np} < P''_{np}$, следовательно, вслед за стержнем 1 пластические деформации возникают в стержне 2, т.е.



$$P_{np} = P'_{np} = 26_T F,$$

$$P_{np} = 2 \cdot 350 \cdot 10^6 \cdot 10^{-4},$$

$$P_{np} = 70 \text{ кН}.$$

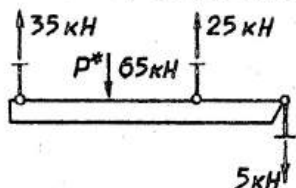
При $P = P_{np} = 70 \text{ кН}$

$$\begin{cases} N_1 = 6_T F = 35 \text{ кН}, \\ N_2 = 6_T F = 35 \text{ кН}, \\ N_3 = P_{np} - 26_T F = 0. \end{cases}$$

С учетом (13) при $P = P_{пр} = 26, F$

$$\delta_B = \frac{(17 \cdot 26, F - 26 \cdot 6, F) l}{4 E F} = \frac{26, F l}{E} = \frac{2 \cdot 350 \cdot 10^6 \cdot 0,5}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6} = 1,75 \text{ мм.}$$

Рассмотрим нагружение системы силой $P^* = 65 \text{ кН}$ и последующую разгрузку.



Так как $P_T < P^* < P_{пр}$, то внутренние силы и перемещение точки В определяются по формулам (8), (11), (12), (13):

$$N_1^H = 6, F = 35 \text{ кН (растяжение),}$$

$$N_2^H = 2P^* - 36, F = 2 \cdot 65 - 3 \cdot 35 = 25 \text{ кН (растяжение),}$$

$$N_3^H = P^* - 26, F = 65 - 2 \cdot 35 = -5 \text{ кН (сжатие),}$$

$$\delta_B^H = \frac{(17P^* - 26 \cdot 6, F) l}{4 E F} = \frac{(17 \cdot 65 - 26 \cdot 35) \cdot 10^3 \cdot 0,5}{4 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 10^{-4}},$$

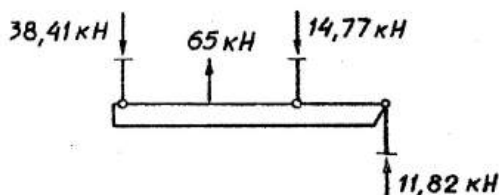
$$\delta_B^H = 12,19 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 1,219 \text{ мм.}$$

Внутренние силы и перемещение точки В при разгрузке определяются в соответствии с зависимостями (4), (5), (6), (7):

$$N_1^P = \frac{13}{22} P^* = \frac{13 \cdot 65}{22} = 38,41 \text{ (сжатие),}$$

$$N_2^P = \frac{5}{22} P^* = \frac{5 \cdot 65}{22} = 14,77 \text{ (сжатие),}$$

$$N_3^P = -\frac{4}{22} P^* = -\frac{4 \cdot 65}{22} = -11,82 \text{ кН (растяжение),}$$



$$\delta_B^P = \frac{9}{22} \frac{P^* l}{EF} = \frac{9 \cdot 65 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{22 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 10^{-4}} = 0,665 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0,665 \text{ мм}.$$

Остаточные силы и перемещение точки В

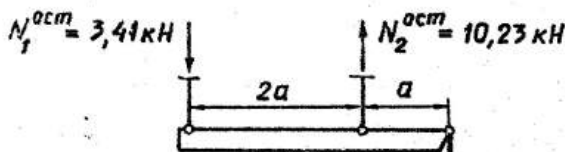
$$\left. \begin{aligned} N_i^{\text{ост}} &= N_i^H + N_i^P, \\ \delta_B^{\text{ост}} &= \delta_B^H + \delta_B^P, \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{здесь } N \text{ имеет знак плюс} \\ \text{при растяжении; } \delta_B \text{ имеет} \\ \text{знак плюс при перемещении} \\ \text{точки В вниз;} \end{array}$$

$$N_1^{\text{ост}} = 35 - 38,41 = -3,41 \text{ кН (сжатие)},$$

$$N_2^{\text{ост}} = 25 - 14,77 = 10,23 \text{ кН (растяжение)},$$

$$N_3^{\text{ост}} = -5 + 11,82 = 6,82 \text{ кН (растяжение)},$$

$$\delta_B^{\text{ост}} = 1,219 - 0,665 = 0,554 \text{ мм}.$$

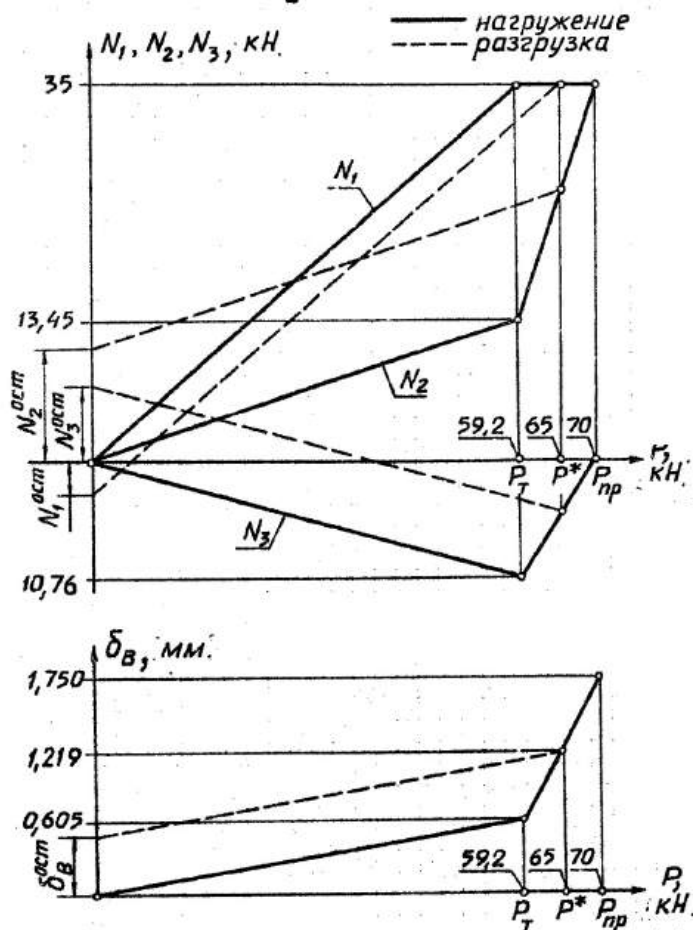


$$N_2^{\text{ост}} = N_1^{\text{ост}} + N_3^{\text{ост}}$$

$$N_1^{\text{ост}} \cdot 2a = N_3^{\text{ост}} \cdot a$$

$$N_3^{\text{ост}} = 6,82 \text{ кН}$$

Графики зависимостей внутренних сил N_i и перемещения δ_B от величины силы P



Оглавление

Методика выполнения расчетно-графического домашнего задания	8
Оформление расчетно-графического домашнего задания . . .	6
1. Растяжение-сжатие в пределах упругости	8
2. Растяжение-сжатие за пределами упругости	27