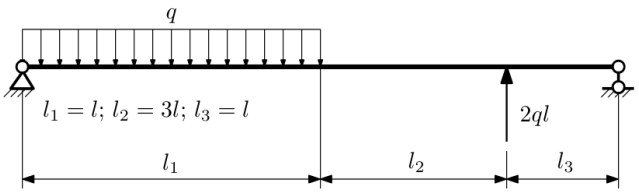
Методические указания по выполнению домашних заданий

1. Постановка задачи

является ее обязательной частью. То, что в школьных задачниках называется условием задачи, на языке инженеров обычно звучит как постановка задачи. Например, говорят: «Мне поставили задачу...», «Если задачу поставить в общем виде...». Еще говорят: «Правильная постановка задачи – половина ее решения». Постановка включает в себя три части (хотя в исключительных случаях каждая из них может и отсутствовать): графическая часть (она же рисунок, а правильно – расчетная схема), исходные данные и словесное описание. Кроме того, обязательно указание на цель исследования («Найти…», «Определить…», «Построить…» и т. п.). В каждой задаче выполненных домашних заданий постановка задачи обязательно должна быть, причем в идеале – именно так, как она дана. За одним, впрочем, исключением.

Система управления базой данных, используемая для создания, выдачи и проверки задач домашних заданий, устроена следующим образом. Рисуется расчетная схема в самом общем виде: длины участков задаются как l_1, l_2, …, силы как F_1, F_2, и т. д. Затем под данную расчетную схему создается произвольное количество наборов исходных данных, например, $l_1 = 2l$, $l_2 = l$, $F_1 = F$, $F_2 = 3F$. Таким образом, получается множество однотипных задач, каждая со своим набором исходных данных и со своими ответами, но все – с общей расчетной схемой. Поэтому соотношение длин на ней неизменно и никогда не соответствует каждому набору в отдельности.

Пример такой задачи показан на Рис. 1. Как видно, соотношение длин участков 1:3:1 даже приблизительно не соответствуют показанному на расчетной схеме. Поэтому в Домашнем задании №1 включен отдельный, причем первый, пункт постановки задачи. В следующих домашних заданиях он опускается ввиду очевидности, но остается обязательным.



Для указанной расчётной схемы:

1. Перерисовать расчётную схему с соблюдением масштаба длин;

Рис. 1

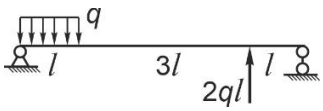


Рис. 2

Таким образом, с учетом масштаба длин данная расчетная схема будет иметь вид Рис. 2, и именно так ее следует изображать в домашнем задании. Нужно это с двумя целями. Во-первых, чтобы привести расчетную схему в соответствие с исходными данными, а во-вторых, чтобы лучше «почувствовать физику» задачи.

Ничего больше (реакции, сечения, внутренние силовые факторы и т. п.) в постановке задачи указывать нельзя.

2. Связь и ее реакция

представляют собой два взаимозаменяемых объекта, которые не могут существовать одновременно, на одной расчетной схеме. Жизненный аналог – товар и деньги в размере цены товара. Когда вы приходите в магазин, у вас есть деньги, а в магазине есть товар. Когда вы выходите из магазина, то у вас есть товар, но уже нет заплаченных за него денег. А можно уйти из магазина с деньгами, ничего не купив. Если же возвращаться к связи и реакции, то иногда нам удобно оставить связь, не заменяя ее реакцией, а иногда – отбросить связь, будто бы ее и не было, но изобразив вместо нее реакцию. Таким образом, оба левых рисунка являются корректными (Рис. 3).

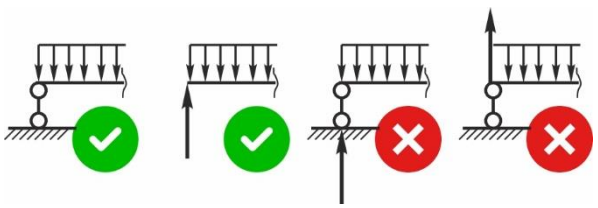


Рис. 3

Но совершенно некорректно оставить на расчетной схеме связь, добавив реакцию (правые рисунки). Нельзя взять товар, не заплатив за него деньги. Такое действие называется воровством и нарушает юридические законы. Точно так же нельзя рисовать связь и ее реакцию на одной расчетной схеме, нарушая законы механики.

Например, подвижный шарнир (Рис. 3) есть расчетная схема связи, запрещающей линейное перемещение. Причем не играет роли, сколь велика сила, которая «пытается» это перемещение совершить, то есть направленная вдоль запрета. Связь считается абсолютно жесткой и запрещает перемещение при любой силе. Поэтому и бессмысленно, в дополнение к связи, прикладывать любую силу в направлении запрета, в том числе реакцию связи. Это все равно как толкать горный хребет: не имеет значения, занимается этим один человек или сотня – хребет все равно не сдвинется.

На Рис. 4 приведен рисунок из учебника [1]. Слева – связи, справа – их реакции. Также весьма красноречив Рис. 5 [2]: расчетные схемы равноценны и взаимозаменяемы.

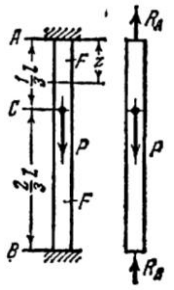


Рис. 29

Рис. 4

Иногда допустимо (хотя и не рекомендуется) ради экономии места изображать вместе со связями реакции пунктирной линией ([1], Рис. 6) и/или не приложенными к точке связи, а как бы отодвинутыми в сторону ([3], Рис. 7).

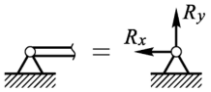


Рис. 5

3. Простые и десятичные дроби

хотя и могут представлять одно и то же число (например, $\frac{1}{2}$ и 0.5), но имеют ряд принципиальных отличий.

В учебном процессе и теоретической науке принято ставить и решать задачи в общем виде. Сила обозначается *F*, длина *l*, площадь *A*, и т. д. При этом у них могут как быть, так и отсутствовать числовые значения. Такой подход, во-первых, позволяет получить решение не одной, а бесконечного множества задач, имеющих одну расчетную схему. Во-вторых, можно проводить проверку по предельному переходу: к чему будет стремиться одна величина, если другая стремится к нулю, или к бесконечности, или к какому-то иному заранее известному значению? Ответив на подобный вопрос согласно здравому смыслу, мы проверяем ту же закономерность на общей формуле.

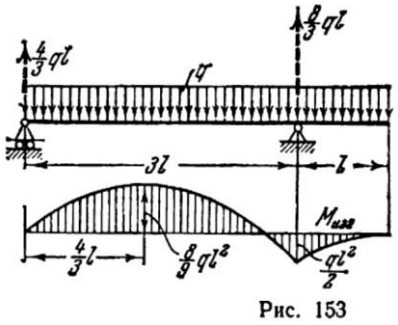


Рис. 153

Рис. 6

Другой подход, используемый в инженерном деле при решении конкретной задачи, заключается в том, что каждая исходная величина имеет известное числовое значение, в общем случае размерное, и меняться не может. Тогда каждая формула заканчивается не общим выражением, а размерным числом. Расчеты получаются быстрее и проще, формулы – компактнее и понятнее. Но получив другую задачу той же расчетной схемы, решение придется начинать заново. Да и проверка по предельному переходу при таком подходе невозможна.

Напротив, при решении в общем виде ответ, как правило, имеет форму безразмерной простой дроби, умноженной на комплекс размерных исходных данных. Например, перемещение при растяжении-сжатии может иметь вид $\frac{1}{2}\frac{ql^2}{EA}$. Еще один пример – Рис. 8 [1]. Решение получено в общем виде, множитель $\frac{2}{3}$ представляет собой простую дробь. На преподавательском жаргоне задачи в общем виде называют «буковь», а в числовом – «цифирь».

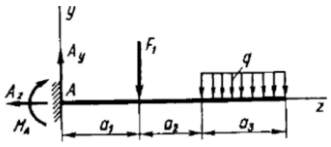


Рис. VI.3

Рис. 7

Решая это уравнение совместно с уравнением равновесия, находим: $R_A=\frac{2}{3}P$, $R_B=\frac{1}{3}P$. Наибольшее напряжение $\sigma_{max}=\frac{2P}{3F}$.

Рис. 8

Простая дробь есть рациональное число, при этом число точное. Например, $\frac{1}{7}$ – это одна седьмая, не больше и не меньше. Если же мы перейдем к множеству действительных (вещественных) чисел, включающих в себя рациональные в качестве подмножества, то запишем эту дробь как 0.143, при этом вынужденно приобретая погрешность 0.1%. Казалось бы, немного, но, во-первых, если данный результат будет участвовать в дальнейших расчетах, то погрешность наверняка увеличится и может выйти за допустимые пределы, а во-вторых, в переходе к десятичным дробям попросту нет смысла.

В курсе сопротивления материалов в общем виде ставятся задачи домашних заданий №1 («Построение эпюр внутренних силовых факторов») и №4.2 («Плоские рамы»). В этих задачах ответ обязательно получать в виде рационального числа, то есть простой дроби, умноженной на исходные данные, не имеющие числового значения (та самая буковь). Например, экстремум на эпюре изгибающего момента надо записывать в виде $k \cdot ql^2$, где *k* – простая дробь (как $\frac{8}{9}$ на Рис. 6).

Во всех остальных задачах домашних заданий исходные данные имеют размерные значения. Ответ желательно получать также в виде безразмерной простой дроби, умноженной на размерные исходные данные, и только потом подставлять их в формулу. Проведение промежуточных расчетов допустимо, но, во-первых, занимает много места, во-вторых, требует времени, в-третьих (и в-главных) – приводит к потере точности.

Есть и другая крайность – запись действительного числа в виде рациональной дроби, например, $F = \frac{25}{3}$ кН. Обратим внимание, что углы, площади, напряжения и т. п., то есть величины, описываемые действительными числами – величины всегда приближенные. Абсолютно точно нельзя узнать ни предел текучести, ни длину стержня, ни приложенную к нему силу – все эти измерения выполняются с определенной погрешностью, всегда отличной от нуля. Поэтому мало того что запись $F = \frac{25}{3}$ кН выглядит по меньшей мере странно, но она еще, строго говоря, ошибочна, потому что сила наверняка не равна указанному значению, а лишь близка к нему.

Что же касается нелепых записей типа $\frac{4.5}{6}$, то таких чисел в математике просто не существует.

Отдельно следует сказать про сокращение простых дробей, то есть приведение их к несократимому виду. С точки зрения математики, поступать надо так: представить числитель и знаменатель в виде произведения простых чисел (такая операция называется «разложение на простые множители»), и затем сократить общие простые числа. На практике же достаточно ввести дробь в калькулятор, поддерживающий работу с простыми дробями, и нажать клавишу «=»: калькулятор сам произведет сокращение. Например, получена дробь $\frac{21}{56}$. Разлагая на простые множители, имеем:

$$\frac{21}{56} = \frac{3 \cdot 7}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7} = \frac{3 \cdot \cancel{7}}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \cancel{7}} = \frac{3}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{3}{8}.$$

Некоторые компьютерные программы проверки и тестирования принимают в качестве ответов либо текст, либо действительное число. Чтобы не потерять точность, зачастую используют именно формат простой дроби в виде «числитель/знаменатель», где «/» – знак деления, или слэш (slash). Правильный ответ должен быть представлен в текстовом формате как три символа «3/8» – тройка, слэш и восьмерка. Введя вместо «3/8» ответ «21/56», мы получим сообщение об ошибке, потому что текст другой, хотя математически число то же самое. Дробь 3/8 понятнее, чем 21/56, и записывается короче. Поэтому проверять простые дроби на несократимость – не только правило хорошего тона, но и способ избежать ошибки.

Наконец, выбор между смешанной (с целой частью) и неправильной (где числитель больше знаменателя) дробью нужно безусловно делать в пользу последней. Во-первых, целую часть составной дроби легко спутать с множителем. Во-вторых, со смешанными дробями гораздо менее удобно производить любые арифметические действия:

✗ $2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$ ✓ ✗ $\frac{21}{56} = \frac{3}{8}$ ✓

4. Отрицательные ординаты эпюр

обычно указываются с отрицательной стороны от оси z. Как правило, при горизонтальном расположении оси, минусы отсчитываются вниз. При недостатке места можно сделать «выноску» в произвольное место рисунка. Но минусы при отрицательных ординатах писать нельзя, потому что отрицательное число ниже оси равнозначно положительному числу сверху оси. То есть мы рискуем спутать минус с плюсом, а это грубая ошибка. К тому же, в любых рамах понятия положительного и отрицательного внутреннего силового фактора вообще теряют смысл.

На Рис. 6 положительная ордината вынесена вниз для экономии места, а у отрицательной ординаты никакого минуса нет. Напротив, на Рис. 9 студент допустил на одной эпюре сразу две ошибки: записал точные числа в виде десятичных (то есть приближенных) дробей, и поставил минусы при отрицательных ординатах.

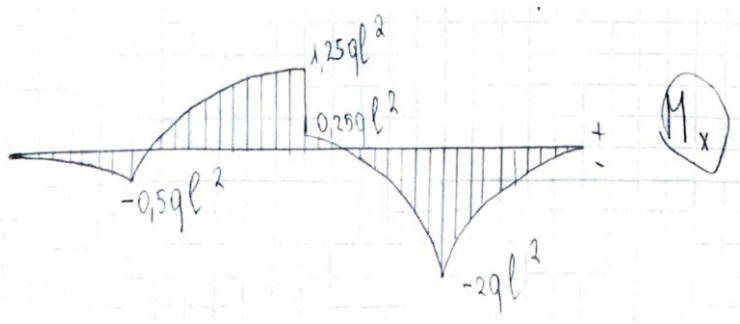


Рис. 9

5. Зачеркивание

позволяет быстро, без применения канцелярских корректоров, изъять из письменной работы (домашнего задания, защиты, экзаменационного листа) ошибочный фрагмент. Преподаватель обязан проверять все, что написано студентом, причем в последовательности слева направо и затем сверху вниз. Найдя ошибку, он либо отмечает ее и проверяет дальше (если ошибка не влияет на результат, например, орфографическая), либо прекращает проверку: если один из промежуточных результатов неверен, то все последующие неверны заведомо.

Аналогично, преподаватель обязан игнорировать все, что зачеркнуто (или «похерено», как говорили в старину), словно бы этой записи или рисунка не существует. Некоторые студенты просто пишут исправленный вариант ошибочного фрагмента в конце работы, иногда снабжая эти записи заголовками «Работа над ошибками», «РНО», «Исправления» и т. п., при этом оставив оригинал нетронутым. Так делать нельзя. Во-первых, преподаватель тоже может ошибиться, и студент вправе отстаивать свою правоту. Во-вторых, формально имеются несколько вариантов решения, и который из них считать окончательным? По умолчанию – первый, и искать второй и прочие нет смысла. В-третьих, проверяющий вынужден разгадывать загадки: есть ли исправления именно этого фрагмента, и если да, то где именно: чуть дальше него, на тыльной стороне текущего листа, после данной задачи, после всех задач, после всего задания, на отдельных листах? То есть чисто формально последовательность действий преподавателя такова: текст не зачеркнут, но в нем есть ошибка, значит, надо о ней сообщить студенту и проверку закончить.

Все, что должен сделать студент – похерить ошибочный фрагмент. Вот тогда преподаватель вынужден искать далее до конца, потому что он уверен, что замена отсутствующего фрагмента где-то есть, иначе последующие расчеты просто не могут существовать.

6. Размерности

левой и правой частей любой формулы в курсе сопротивления материалов должны совпадать. Данное правило не ведает исключений!

На Рис. 10 приведен отрывок из классического справочника [5]. Здесь C_θ – безразмерный коэффициент, θ – температура резания (°C), v – скорость резания ($\frac{\text{мм}}{\text{мин}}$), s – подача ($\frac{\text{мм}}{\text{об}}$), t – глубина резания (мм). Нетрудно видеть,

при строгании детали из стали 5140

$$\theta = C_\theta v^{0,29} s^{0,2} t^{0,08};$$

Рис. 10

что даже если бы показатели степеней сомножителей правой части были целочисленными, произведение их размерностей ни при каких обстоятельствах не дало бы градус Цельсия. А уж тем более при степенях дробных! Невозможно вообразить физический смысл величины, имеющей размерность $(\frac{\text{мм}}{\text{мин}})^{0.29}$. Этого смысла и нет, и никто не пытается его найти. Данная формула, как и многие формулы в теории резания и в других инженерных дисциплинах – эмпирическая, то есть полученная из обработки результатов экспериментов. Математическое обоснование таких формул отсутствует. При этом для простоты все переменные в подобных формулах имеют строго оговоренные и неизменные размерности. Если, например, выразить скорость резания не в миллиметрах в минуту, а в сантиметрах в секунду, формула сразу потеряет практическое значение.

Такая ситуация немыслима в механике и в других науках, основанных на математических теориях, проверенных экспериментами. Если выразить силу не в Ньютонах, а в *кгс*, как в старину, длину не в мм, а в см, и т.д., то ни одна формула механики не изменится. Американцы выражают напряжения в фунтах на квадратный дюйм (pound per square inch, *psi*), однако все их формулы не отличаются от формул в европейских справочниках, использующих систему единиц СИ.

Одна из типичных студенческих ошибок в размерностях показана на Рис. 11. Студент имел в виду, что если выразить крутящий момент M в Н·мм, то при умножении на безразмерный множитель получится напряжение в МПа. И в теории резания подобная формула, возможно, была бы признана правильной. Однако размерность левой части (МПа) не соответствует размерности правой (Н·мм), и это ошибка, причем грубая. Хотя бы потому, что при подстановке момента в иных размерностях (например, *кгс·см*) правильный ответ уже получен не будет. Никаких «умолчаний» или «соглашений» в сопротивлении материалов нет. Пример правильной записи подобной формулы показан на Рис. 12.

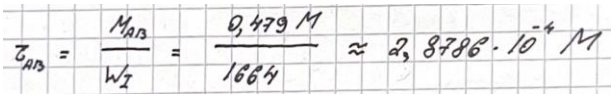


Рис. 11

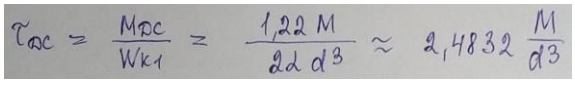


Рис. 12

7. Расчетные схемы шарниров

хоть и похожи и имеют некоторые общие черты, но также и коренные отличия. Самые важные их свойства сведены в Таблицу. Если в ячейке первого столбца указаны несколько вопросов, то все они означают одно и то же, только выражают это разными словами.

Названия в разных источниках → (через «ш.» обозначено слово «шарнир»)	Неподвижный ш. Двусвязный ш. Шарнирно-неподвижная опора	Подвижный ш. Односвязный ш. Шарнирно-подвижная опора «Каток»	Врезанный ш. Внутренний ш. Промежуточный ш.	*Названия нет* (комбинация подвижного и врезанного ш.)	Цилиндрический ш.[1]
Расчетная схема →					
• Равен ли нулю изгибающий момент в сечении над шарниром? • Разрешен ли взаимный поворот сечений справа и слева от шарнира? • Снята ли в точке шарнира внутренняя моментная связь?	☒	☒	☑	☑	☑
• Наложена ли в точке шарнира внешняя связь? • Запрещено ли поперечное перемещение сечения шарнира?	☑	☑	☒	☑	☑
Разрешено ли продольное перемещение сечения шарнира?	☒	☑	☑	☑	☒

Из Таблицы видно, что хотя бы одно отличие между разными видами шарниров существует всегда. Грубой ошибкой является путать их и произвольно заменять один на другой.

Литература

1 Феодосьев В. И., Сопротивление материалов, М., Наука, 1986
2 Горшков А. Г., Трошин В. Н., Шалашилин В. И., Сопротивление материалов, М., Физматлит, 2005
3 Степин П. А, Сопротивление материалов, М., Высшая школа, 1988
4 Бобров В. Ф., Основы теории резания металлов, М., Машиностроение, 1975

[1] Эта расчетная схема в основном используется в фермах, а не в балках